Observatoire des réformes en éducation

Une *numéracie* pour la construction de connaissances opératoires en mathématiques par les personnes moins performantes : perspectives pour le développement d'un continuum

Note de synthèse, Montréal, UQAM, 2004

Ph. Jonnaert, Ph. D.

Professeur titulaire
UQÀM

Jeanne Koudgobo
Auxiliaire de recherche
UQÀM

Sommaire

1. Introduction

À la suite de l'apparition du concept de *littéracie*, celui de *numéracie1* s'introduit progressivement dans les sphères de l'école. Ces deux concepts sont récents. Mal compris, ils pourraient donner l'illusion qu'il suffit de nommer dans des programmes d'études, des contenus simplifiés. Un tel type de programme «simplifié » faciliterait la construction de connaissances et le développement de compétences par des élèves 'moins performants'. Rien n'est moins vrai! Tout processus de construction de connaissances et de développement de compétences est complexe, et ce d'autant plus pour un élève 'moins performant'. Aucune connaissance construite n'est simple. Elle est toujours une création par la personne, et, en ce sens, est le résultat d'efforts particuliers, quelle que soit cette connaissance. Par ailleurs, il n'existe pas de concepts ou de stratégies mathématiques qui puissent être considérés comme 'mineurs'. Lorsqu'une personne découvre pour la première fois la numération de position, ses principes et son organisation, elle met en place beaucoup d'efforts pour développer une pensée opératoire2 à ce propos. Par après, elle fournira les mêmes efforts pour construire des connaissances à propos de notions réputées plus complexes, comme la combinatoire par exemple. Lorsqu'un jeune enfant construit des nombres et les utilise de façon opératoire pour la première fois, il est confronté à des situations complexes pour lui. Elles le sont certainement autant que celles auxquelles se heurte un adolescent, lorsqu'il découvre les stratégies indispensables à la résolution d'équations du second degré. Il n'existe pas de contenus mathématiques simplifiés ou simplistes, pas plus qu'il puisse exister des contenus langagiers minimalisés. L'ensemble des contenus proposés dans des continuum de *numéracie* (ou de *littéracie*), permettent de réagir à des situations de vie spécifiques, auxquelles des personnes doivent répondre de façon efficace. Plutôt qu'un contenu minimaliste, la *numéracie* et la *littéracie* proposent une visée pragmatiste des contenus d'apprentissages. En ce sens, la *numéracie* rassemble des domaines mathématiques utilitaristes et pragmatistes, mais qui ne sont pas pour autant réducteurs. La *numéracie* ne vise pas le développement d'une pensée logico-mathématique à un niveau formel au sens strict du terme. Elle a pour finalité, plus simplement mais tout aussi noblement, de permettre à des personnes

1 Dans la littérature, le mot est écrit tantôt sous la forme '*numéracie*', tantôt sous la forme '*numératie*'. Dimorphe, ce mot n'est pas encore stabilisé et ne figure ni dans les dictionnaires de la langue française, ni dans ceux des mathématiques. Pour les besoins de ce texte, nous avons retenu '*numéracie*' plutôt que '*numératie'*, car cela semble aussi le choix du Ministère de l'Éducation et de la Formation en Ontario. Enfin, l'orthographe du mot 'littéracie', influence notre choix pour celui de '*numéracie*'.

2 Nous définissons plus loin dans le texte ce que nous entendons par « opératoire ». Retenons dès à présent que « la notion d'opératoire renvoie aux actions physiques et mentales que la personne peut effectuer sur les objets et les contenus qui lui sont proposés. Ces actions, pour être opératoires, sont intériorisées par la personne et doivent être réversibles (en ce sens que la personne peut les annuler en faisant l'opération inverse). Nous utilisons donc la notion d'opératoire dans le sens piagétien : des actions intériorisées et réversibles », Jonnaert (2002 : 36).

moins performantes de se construire rapidement les outils mathématiques dont elles ont besoin dans leurs propres situations de vie.

Une telle perspective pose une double contrainte. Il s'agit d'abord de redéfinir la *numéracie* hors des approches relevées dans la littérature (encore trop réduite sur la question). Il s'agit ensuite de proposer les principes d'un continuum3 de *numéracie* qui puisse être cohérent avec une telle approche de la *numéracie*.

Dans ce texte, nous décrivons d'abord notre conception piagétienne de la personne moins performante. Ensuite, après avoir parcouru la littérature sur la question, nous retraçons quatre conceptions actuelles de la *numéracie*. Non satisfaits de ces conceptions, à nos yeux, réductrices, nous en recherchons une approche élargie. Cette dernière sert alors de cadre de référence à un réel apprentissage, par des personnes moins performantes, de concepts mathématiques de base. Nous montrons alors, que nous ne pouvons nous contenter d'un énoncé réducteur de quelques domaines des mathématiques, dans des programmes d'études. Nous proposons d'articuler les compétences linguistiques de la personne, à celles du *résolveur de problèmes* pour lui permettre de développer en situation, des compétences de base en mathématiques. Nous fondant sur une *numéracie* contextualisée, réfléchie et parlée, nous suggérons une redéfinition du concept de *numéracie*. Enfin, nous proposons quelques principes pour l'élaboration d'un continuum de *numéracie*.

3 Le concept de continuum remplace en quelque sorte celui de programme d'études. En ontario par exemple, le continuum de numéracie présente aux enseignantes et aux enseignants une progression pour des apprentissages de base en mathématiques.

2. La personne moins performante

Le continuum de *numéracie* ébauché dans ce document se destine essentiellement à des personnes moins performantes. Cette cible particulière pourrait laisser sous-entendre, qu'un continuum de *numéracie* propose une mathématique moins noble, voire réductrice. Mais que signifie 'être plus performant en mathématiques' et 'être moins performant en mathématiques'? Pour répondre à cette question, nous avons repris la distinction classique entre pensée opératoire et pensée figurative. Dans cette perspective piagétienne, une personne moins performante en mathématiques aurait développé une pensée figurative alors que pour utiliser les concepts et les stratégies mathématiques, une pensée opératoire semble requise. La distinction entre ''performant et 'non performant' en mathématiques se situe, selon le point de vue piagétien, au niveau des différences qui existent entre une pensée figurative et une pensée opératoire. Même le contenu mathématique suggéré dans un continuum de *numéraci*e, aussi élémentaire puisse-t-il nous paraître, suppose que la personne développe une pensée opératoire. C'est à cette condition qu'elle peut l'utiliser efficacement dans ses propres situations de vie. Dès lors il s'agit moins de se poser comme question « quels contenus mathématiques une personne moins performante peut utiliser? », que de rechercher des stratégies d'enseignement pour permettre à cette même personne de développer une pensée opératoire, quel que soit le contenu mathématique auquel elle est confrontée.

• *Aspects figuratifs de la connaissance*

Les *aspects figuratifs* de la connaissance concernent des 'états', par opposition aux transformations qui, elles, caractérisent les *aspects opératifs* de la connaissance. Les aspects figuratifs de la connaissance concernent les perceptions et les images mentales, sous tous leurs aspects. En ce sens, ce qui a trait à la perception et à l'image mentale (qu'elles portent sur des objets, des lieux, des situations) relève des aspects figuratifs de la connaissance, si aucune opération n'est effectuée sur ces 'états'. Par exemple, une personne peut regarder un billet de 20 dollars et ensuite se le représenter mentalement. Mais, peut-être, ne pourra-t-elle pas aller au-delà. Dans ce cas, cette personne se montre incapable de retrouver combien le commerçant lui rendra, si elle lui remet ce billet pour payer un achat de 17 dollars. Sa connaissance, à propos de ce billet de 20 dollars, demeure purement figurative. Cette personne ne réalise pas d'opérations sur son image mentale du billet de 20 dollars qu'elle n'a plus : sa représentation du billet de 20 dollars qu'elle vient de remettre au commerçant. Une pensée strictement figurative ne se détache pas des 'états', et ne permet pas la réalisation d'opérations sur ces derniers. Une personne peut regarder une maison, et s'en construire une image mentale. Si elle ne va pas au-delà, sa pensée reste figurative à ce propos. Un architecte, mandaté pour la rénovation de cette même maison, non seulement se construit une image mentale, une représentation, de cette maison dans son état actuel, mais en plus il imagine déjà, ce qu'elle sera après les rénovations. L'ensemble de son travail d'architecte repose sur cette projection dans l'avenir de cette maison après rénovations. Sa pensée, dans ce cas, ne repose plus seulement sur des 'états', mais aussi sur des 'transformations'. À propos de cette maison et des transformations envisagées, sa pensée est alors *opératoire*. Retenons simplement, pour notre propos, dans ce texte, qu'une connaissance figurative ne permet pas la réalisation d'opérations sur les images mentales qu'une personne s'est construites à propos d'objets, de lieux, d'espaces, de situations, etc. Une série de travaux actuels et plus anciens (Ramozzi-Chiarottino, 1984; Dolle, 1989; Baffrey-Dumont, 1996; Theys, 2004) montrent que les connaissances de nombreux enfants qui n'apprennent pas à l'école, sont essentiellement caractérisées par des aspects figuratifs. Ils ne mettent pas en œuvre des procédures opératoires qui leur permettraient de traiter efficacement les situations auxquelles l'école les confronte. Ces enfants voient les objets et se les représentent, mais ils ne les traitent pas. Theys (2004) montre que des enfants figuratifs (de 6-7 ans) ne comprennent pas l'égalité '7 - 2 = 1 + 4' présentée dans une petite situation. Ils ne voient pas, des deux côtés du signe égal, deux expressions mathématiques différentes du même nombre '5'. Lorsque ces mêmes enfants ont devant eux une quantité d'objets qui correspond, de part et d'autres du signe égal, à la quantité 5, certains d'entre eux 'voient' une même quantité. Plusieurs voient dans '7 - 2' la quantité '7', mais n'arrivent pas à la quantité '5'. De même, Baffrey-Dumont (1996) montre que des enfants de 8 ans, ne parviennent pas à traiter une situation dans laquelle ils rencontrent, par exemple, une structure soustractive inhabituelle du type '8 - …= 5'. Même en ayant des séries d'objets qui leur permettent de percevoir cette opération, ils la transforment en une addition du type : '8 + 5 = 13'. C'est pourquoi, ils ne voient aucune incohérence dans la réponse qu'ils fournissent à la soustraction qui leur est proposée, lorsqu'ils écrivent '8 - 13 = 5'. Dans un cas comme dans l'autre, Baffrey-Dumont (1996) et Theys (2004), montrent que ces élèves figuratifs ne parviennent pas à dépasser les situations auxquelles ils sont confrontés pour les traiter efficacement. Dans le premier cas, ils n'arrivent pas à comprendre l'égalité et, dans le second, ils ne parviennent pas à résoudre une soustraction non familière. Les connaissances de ces enfants, à propos des situations qui leur sont soumises, ne sont pas opératoires.

• *Aspects opératifs de la connaissance*

Par opposition aux aspects figuratifs, les *aspects opératifs* de la connaissance sont caractérisés par des transformations, qui sont le résultat des actions exercées mentalement ou physiquement. Ces transformations sont réversibles. La personne peut les annuler en pensée pour retrouver l'état initial. Par exemple, lorsque le commerçant remet 3 dollars à l'acheteur qui lui a donné 20 dollars pour une marchandise de 17 dollars, la personne opératoire peut refaire l'opération en sens inverse. Dans la majorité des cas, une pensée opératoire transforme des états pour en trouver d'autres mais peut retrouver l'état initial. Ces transformations portent nécessairement sur quelque chose. Une pensée opératoire n'existe pas dans l'absolu. La pensée opératoire porte soit sur des objets physiques, soit sur des connaissances figuratives : des représentations des objets physiques. Pour réaliser des opérations mathématiques, rapidement, une personne doit pouvoir se représenter mentalement des situations et agir sur les connaissances figuratives qu'elle a de cette situation. Si on demande à une personne de retrouver l'année de naissance de son grand-père à partir de l'âge qu'il a aujourd'hui, il ne peut agir concrètement sur des objets mais bien sur les connaissances dont il dispose à propos de cette situation. Les situations mathématiques exigent des actions et des opérations sur des états. Des connaissances opératoires sont indispensables pour le traitement de situations à contenus mathématiques, aussi simples soient ces situations et les connaissances mathématiques qu'elles convoquent.

• *Conclusion*

Les personnes moins performantes construisent en général plus de connaissances figuratives que de connaissances opératoires. Si un continuum de *numéracie* suggère aux enseignantes et aux enseignants des contenus d'apprentissages en mathématiques, il ne permet pas de résoudre le problème majeur de l'apprentissage des mathématiques par ces personnes. Il n'existe aucun contenu mathématique qui ne nécessiterait pas de connaissances opératoires pour être traité. Même la connaissance de la suite numérique des nombres naturels, aussi simple puisse-t-elle paraître, nécessite au minimum des opérations d'ordre, telles les inclusions hiérarchiques, pour être fonctionnelle. Pour traiter efficacement des situations à contenus mathématiques, une personne mobilise nécessairement des connaissances opératoires et pas seulement des connaissances figuratives. Cette difficulté majeure, le développement de connaissances opératoires par des personnes moins performantes, peut trouver des solutions intéressantes dans les caractéristiques des situations proposées à ces apprenants moins performants. En plus d'un continuum de *numéracie*, les enseignantes et les enseignants travaillant avec des clientèles moins performantes, ont besoin de banques de situations appropriées à ce type de clientèle.

• *En résumé*

Une *connaissance figurative* est caractérisée par des états, physiques ou mentaux, d'objets, de lieux et d'espaces, de situations, etc., que la personne perçoit directement, ou à propos desquels elle s'est construit des images mentales.

Une *connaissance opératoire* concerne les transformations résultant des actions de la personne sur ces états physique ou mentaux. Ces transformations sont réversibles.
Une personne moins performante dispose de connaissances figuratives, mais de très peu de connaissances opératoires. Les situations mathématiques exigent par contre, des connaissances opératoires pour être traitées.

En parallèle à un continuum de *numéracie*, une banque de situations, qui permettraient de favoriser le cheminement du figuratif vers l'opératif par les apprenants moins performants, est indispensable. Un continuum de *numéracie*, à lui seul, ne peut résoudre le problème de l'apprentissage des mathématiques par les personnes moins performantes.

3. La *numéracie*, un concept en émergence

• La numéracie, un concept polysémique et mal défini

Dingwall (2000), rappelle que le terme *numéracie* est un néologisme, essentiellement utilisé dans les pays anglo-saxons. Il apparaît parallèlement à celui de *littéracie*, mais est moins documenté que ce dernier. Selon Kilpatrick (1992), l'importance accordée à l'alphabétisation a relégué, durant un certain temps, la *numéracie* à un second plan. Actuellement encore, le concept de *numéracie* est polysémique, mal défini et subsiste en marge de la *littéracie*. Il n'y a pas encore de consensus formel autour d'une définition stable du concept de *numéracie* (Dingwall : 2000). La *numéracie* est considérée, aujourd'hui encore, comme une sorte de 'littéracie quantitative'. Les programmes d'alphabétisation des adultes, à travers cette 'littéracie quantitative', recherchent essentiellement le développement de compétences de base en arithmétique, chez les personnes moins performantes. Cette 'littéracie quantitative', se limite alors, le plus souvent, aux principes de base de la numération et aux quatre opérations arithmétiques. Mais cette conception de la *numéracie* n'est jamais développée qu'en marge d'un programme de *littéracie,* plus important et construit dans un objectif d'alphabétisation des personnes. À travers la littérature contemporaine4 relevée à propos de la *numéracie*, nous ne dégageons pas de définition consensuelle de ce concept, construit en marge de la *littéracie*.

• Une numéracie peu autonome

Les enquêtes EIAA5, ne dissocient pas *numéracie* et *littéracie*, puisqu'elles vérifient à la fois la compréhension de textes, et celle de situations avec des données quantitatives. Les liens de dépendance entre la *numéracie*, la *littéracie* et l'alphabétisation se retrouvent à travers la plupart des grandes enquêtes internationales. Dans le même ordre d'idée, les conclusions du séminaire sur la *littéracie* et la *numéracie* (2004)6, font état d'une recommandation allant dans le sens d'une articulation transdisciplinaire entre la *numéracie* et la *littéracie*. La *numéracie*, dans l'ensemble de ces approches, n'est jamais abordée pour elle-même et est, la plupart du temps, tributaire de la place accordée en premier lieu à la *littéracie*.

---

4 Nous avons consulté la base de données ERIC,un ensemble de sites internet, les publication relatives à différentes enquêtes internationales (EIAA), les textes relatifs au programme PISA, plusieurs méta-analyses sur la question ((Hope, 1987; Johnston, Baynham, Kelly, Barlow and Marks, 1997; Gal, I., Stoudt, A., 1998; Caddell, 1998; Baker, 1998; Dingwall, 2000),un important survey (ILSS : International life skills survey), ainsi que plusieurs programmes en cours en Australie et aux Royaume Uni.
5 EIAA : *Enquêtes Internationales sur l'Alphabétisation des Adultes*.
6 *The 2nd Literacy and Numeracy Networks Meetings*, El Escorial, Spain, 1-3 march 2004.

Mais au-delà de cette aliénation à la *littéracie*, la *numéracie* n'est pas abordée pour elle-même dans les grandes enquêtes internationales. Ces dernières voient dans les rendements des élèves des indicateurs de performance des systèmes éducatifs, plutôt que des informations sur les performances des élèves eux-mêmes. L'ensemble des grandes enquêtes internationales, nationales ou provinciales7, établit des relevés d'indicateurs de rendement des systèmes éducatifs à travers les performances des élèves. Ces relevés de performance des élèves n'apportent guère beaucoup d'éléments pour améliorer le développement des compétences des élèves dans différents domaines d'apprentissage, comme la *numéracie* ou la *littéracie*. La finalité de ces grandes enquêtes est claire : « (…) les Ministres de l'éducation ont tous le souci de conférer à leurs systèmes une efficacité et une qualité maximales, il leur paraît depuis longtemps utile d'agir collectivement pour évaluer ces systèmes. Reconnaissant que les résultats obtenus dans les matières scolaires sont généralement un indicateur valable du rendement d'un système d'éducation, ils veulent en particulier répondre le plus clairement possible à la question suivante : 'Quel est le rendement de nos élèves en mathématiques, en langues et en sciences? '», PIRS (2001 : 3). Même dans ces grandes enquêtes, une éventuelle *numéracie* s'efface au profit des finalités de rendement des systèmes éducatifs. À ce niveau aussi, la *numéracie* semble aliénée aux exigences de rendement que le CMEC impose aux systèmes éducatifs au Canada.

À la recherche d'une définition et d'une conception précises de la *numéracie*, nous ne trouvons qu'un concept mal défini, dépendant de la *littéracie* et disparaissant au profit des finalités de rendement, recherchées par le CMEC pour les systèmes éducatifs canadiens. Il est trivial d'affirmer, qu'actuellement, le concept de *numéracie* n'est certainement pas autonome.

• *Des expériences nationales*

Un ensemble d'expériences actuelles permet cependant de dégager diverses conceptions d'une *numéracie* appliquée à des systèmes de formation des adultes et, dans certains cas, à des systèmes scolaires. Sans doute l'utilisation la plus générale du concept de *numéracie*, est-elle celle qui en est faite en Australie. Le Gouvernement australien, après avoir longtemps écarté la *numéracie*, la considère aujourd'hui comme une priorité, au même titre que la *littéracie* : l'école

7 PIRS (*Programme d'indicateurs du rendement scolaire*, lancé en 1989 par le CMEC, Conseil des Ministre de l'Éducation du Canada); PISA (*Programme international pour le suivi des acquis des élèves*, organisé par l'entremise de l'OCDE, Organisation de coopération et de développement économiques); TEIMS (Troisième enquête internationale sur les mathématiques et les sciences); EIAA (voir note de bas de page précédente); etc.

doit permettre le développement de compétences par tous, tant en *littéracie* qu'en *numéracie*. Hogan (2000), à la suite d'une étude sur le curriculum australien, démontre la nécessité d'accorder à la *numératie* une place prépondérante dans l'enseignement. Ce chercheur souhaite par là, favoriser l'accès aux nombres pour les jeunes, et à son utilisation grâce au développement d'une série de compétences de base en mathématiques. Caddell (1998) pour sa part, décrit une série d'études conduites au Royaume Uni sur les compétences des enfants en *numéracie*, il recherche des stratégies d'enseignement et d'apprentissage de la *numéracie*. Mais, à notre connaissance, ce sont les seules approches d'envergure de la *numéracie* dans les contextes spécifiques de la formation des jeunes.

Dans les autres pays, le concept de *numéracie* s'inscrit plutôt dans le cadre de la formation des adultes. Par exemple, Baker (1998), évoque les pratiques de la *numératie* chez les adultes en Afrique du Sud. Ou encore, Van Groenestyn (1997) compare la *numéracie* telle qu'elle est véhiculée à travers les tendances actuelles de la formation des adultes aux Pays-Bas et en Grande Bretagne. Johnston, Baynham, Kelly, Barlow et Marks (1997), développent une approche pédagogique et didactique de la *numéracie* pour de jeunes adultes au chômage. Gal (1993) se penche sur la place occupée par la *numéracie* dans l'éducation des adultes. D'autres ont une approche plus culturelle et sociale de la *numéracie* (Joran, 1994). Ils voient, à travers celle-ci, une pratique sociale de traitement de situations à contenus mathématiques. Plusieurs autres recherches, essentiellement anglo-saxonnes, se situent aussi dans le champ de la formation des adultes.

Si la *numéracie* apparaît, depuis pratiquement deux décennies (Keyfitz, 1987), essentielle au développement de la personne, elle reste un domaine d'apprentissage dans le cadre des formations d'adultes et n'est pas encore généralisée au niveau de la formation des jeunes.

- *Conclusion*

Une analyse de la littérature actuelle sur la *numéracie* ne permet pas encore de dégager une définition consensuelle de ce concept, dont le mot qui le nomme est encore dimorphe (*numéracie* ou *numératie*), et n'est pas reconnu par les dictionnaires actuels de la langue française. De façon encore floue certes, nous pouvons déjà retenir l'approche qu'en fait Hoppe (1987). Cet auteur considère la *numéracie* comme l'ensemble des habiletés d'un élève, qui lui permettent d'interpréter une information quantitative, de réaliser des opérations arithmétiques élémentaires, d'estimer des valeurs et de développer des connaissances intuitives dans le champ de la mesure. Mais ce n'est pas suffisant et trop peu opérationnel que pour développer des propositions curriculaires intéressantes pour l'élaboration des programmes d'études. Il s'agit cependant là d'un ensemble de balises utiles, qui nous permettront de dégager une approche de la *numéracie* pour le développement de certaines connaissances et de certaines compétences mathématiques par les personnes. Par ailleurs, dans la littérature consultée, la *numéracie* est rarement un concept autonome. Enfin, la *numéracie* appartient le plus souvent à un des domaines de la formation des adultes, elle n'est que très rarement reconnue dans le champ de la formation des jeunes. Pour l'ensemble de ces raisons, nous arrivons à la conclusion, au terme de cette consultation de la littérature actuelle sur la question, que la *numéracie* est encore un concept en émergence que nous devrons définir pour le rendre opérationnel pour l'élaboration de programmes d'études y faisant référence. Ce tour d'horizon de la littérature ne nous fournit pas suffisamment d'éléments que pour stabiliser le concept de *numéracie* à travers une définition officielle et reconnue au niveau international par les chercheurs et les décideurs de l'éducation. Dans la section suivante, nous dégageons, à la suite de Higginson (2000), les quatre principaux courants de la *numéracie*. Nous serons cependant amené à revisiter ces approches pour en suggérer une qui permette le développement de connaissances opératoires en mathématiques par des personnes moins performantes.

• *En résumé*

L'analyse de la littérature contemporaine sur la *numéracie* ne nous permet pas, actuellement, de trouver une définition précise de ce concept. La *numéracie* apparaît en général dans le champ de l'alphabétisation des adultes, à la traîne de la *littéracie*, mieux documentée. Certaines balises apparaissent cependant, elles permettront de proposer au lecteur une définition opérationnelle pour la problématique d'un continuum pour les personnes moins performantes. La *numéracie* est un concept en émergence, particulièrement dans les pays anglo-saxons.

4. Quatre conceptions de la *numéracie*

Dans sa propre analyse de la littérature sur la question, Higginson (2000) relève, quant à lui, quatre interprétations de la *numéracie*. Nous les synthétisons dans les lignes qui suivent en les organisant en 4 niveaux, du plus restrictif par rapport aux mathématiques, au moins restrictif.

- *Niveau 1*

À ce premier niveau, la *numéracie* évoque les problèmes d'analphabétisme en mathématiques. Ils sont renvoyés après la scolarité, aux organismes publics parascolaires existant qui permettent aux personnes en difficulté en mathématiques de combler partiellement leurs lacunes. Il n'y aurait donc *pas de problèmes de numéracie* selon cette approche, les structures sociales existantes seraient suffisantes pour y pallier.

- *Niveau 2*

À ce second niveau, la *numéracie* est considérée comme *une arithmétique d'urgence* pour ceux et celles qui n'auraient pas encore maîtrisé les techniques de base de ce domaine des mathématiques. Elle se centre alors presque exclusivement sur l'apprentissage des mécanismes des quatre opérations fondamentales, même les propriétés des opérations sont rarement abordées à ce niveau.

- *Niveau 3*

À ce troisième niveau, la *numéracie* est considérée comme une *littératie quantitative*. Cette conception étroite de la *numéracie* renvoie presque exclusivement à l'apprentissage d'une arithmétique de base : le système de numération en base 10 des entiers naturels et les opérations arithmétiques sur ces nombres, à savoir l'addition et la multiplication et les opérations inverses leur correspondant. Très proche du second niveau, cette conception de la *numéracie* est cependant moins restrictive car elle ne se limite plus aux seules opérations arithmétiques de base. Elle aborde aussi des questions relatives à la numération de position, cependant limitée à la base 10 et aux entiers naturels.

• *Niveau 4*

À ce quatrième niveau, la *numéracie* est considérée comme une *mathèse8*. En ce sens, elle prend en considération plusieurs domaines des mathématiques, comme la géométrie et l'arithmétique, qu'elle coordonne pour permettre à la personne de traiter des problèmes mathématiques dans ses situations de vie. L'entrée par les situations de vie de la personne élargit le champ d'application de la *numéracie*. Celle-ci se limite cependant, encore à ce niveau, à l'arithmétique et à la géométrie.

• *Conclusion*

Les trois premiers niveaux présentés par Higginson (2000) offrent une perspective de la *numéracie* limitée à l'arithmétique de base sans aucun regard sur d'autres domaines des mathématiques. Il s'agit d'approches très restrictives. Le quatrième niveau semble plus intéressant, mais il ne prend en considération que deux domaines des mathématiques : l'arithmétique et la géométrie. Ces quatre approches de la *numéracie* sont cependant beaucoup trop réductrices et ne peuvent servir de base à un programme d'études dans un contexte scolaire. Un tel type de programme dépasse ces cadres restrictifs, et envisage l'ensemble des domaines des mathématiques, universellement abordés dans les programmes d'études. En outre, ces approches de la *numéracie* n'évoquent pas le langage qu'utilisent les apprenants pour parler de leurs démarches et des résultats auxquels ils arrivent, des concepts et des stratégies qu'ils utilisent, des réussites auxquelles ils aboutissent ou encore des difficultés qu'ils rencontrent dans le traitement des situations. Sans aborder les questions relatives à une maîtrise suffisante de la langue, la *numéracie* ressemble à une abstraction. Elle est, dans ce cas, décontextualisée et impossible à appliquer dans les cadres de l'enseignement et de l'apprentissage en contexte scolaire. De même, si le quatrième niveau évoque les situations de vie des apprenants, il ne traite pas des démarches de résolution de problèmes que les apprenants devraient mettre en place pour traiter ces situations. Or ces démarches sont indispensables pour un traitement opératoire des situations de

---

8 Higginson (2000) utilise le terme de *mathèse* dans le sens d'un ensemble coordonné de domaines d'apprentissage. En ce qui nous concerne, dans ce texte, il s'agit donc de l'articulation de plusieurs domaines des mathématiques, coordonnés entre eux, pour traiter une même situation. Il faut dissocier ce terme de l'*analyse mathétique,* utilisée de façon universelle par les concepteurs des programmes d'études. Les deux concepts sont différents et ne se rejoignent pas. Une *analyse mathétique* est une méthode d'analyse descendante d'un contenu d'enseignement et d'élaboration de situations d'apprentissage, qui a été mise au point par Gilbert (1962). Cette méthode part du plus général pour arriver au plus particulier et utilise les techniques de l'arborescence. Il s'agit « d'une méthode descendante qui permet de réduire des comportements complexes à des structures de comportements plus simples. », D'Hainaut, (1988 : 476). L'analyse *mathétique* était à l'origine une méthode essentiellement basée sur le comportementalisme. En y intégrant son modèle des opérations cognitives élémentaires, D'Hainaut (1988) la transforme en un intéressant instrument d'analyse descendante qui permet de décomposer les activités complexes observées en situation, en une série d'activités plus simples.

vie par les personnes. En ce sens, pour permettre la construction de connaissances opératoires, et pour se développer en un véritable continuum intéressant pour les apprentissages scolaires, un continuum de *numéracie* s'articule utilement aux compétences langagières et aux compétences de résolveur de problèmes. En outre, comme précisé dans la section précédente, une banque de situations facilite davantage encore le travail des enseignantes et des enseignants oeuvrant avec des clientèles moins performantes.

• *En résumé*

Dans une perspective de continuum, *il paraît utile d'adopter une visée plus large de la numéracie que celles véhiculées à travers les quatre niveaux évoqués par Higginson (2000). Il s'agit en effet de permettre aux apprenants d'asseoir les bases minimales en mathématiques afin de répondre aux questions et aux problèmes posés quotidiennement par leur environnement et les situations qu'ils y rencontrent. La numéracie prise isolément est toujours incomplète, elle s'articulera utilement aux compétences langagières et à celles du résolveur efficace de problèmes. Elle est nécessairement complétée par une banque de situations.*

5. Une approche élargie de la *numéracie*

• *Au-delà de l'arithmétique et de la géométrie*

L'arithmétique de base et la géométrie, articulées intelligemment entre elles, comme c'est le cas dans le quatrième niveau évoqué par Higginson (2000), sont certes utiles. Ces deux domaines des mathématiques ne sont cependant pas suffisants pour permettre à une personne, de disposer d'outils mathématiques pertinents et efficaces pour traiter avec succès des situations quotidiennes de vie et les problèmes qu'elles leur posent dans leur environnement. Par exemple, il semble trivial de rappeler que la plupart des utilisations habituelles des nombres dans la vie courante d'une personne, sont exploitées dans des situations de mesure :

- un *temps* : « dans combien de temps auras-tu terminé ce travail? »;
- un *prix* : « quel est le prix de ces trois marchandises? »;
- un *âge* : « quel âge avais-tu lorsque tu es arrivé dans cette ville? »;
- une *longueur* : « quelle est la mesure de la longueur de la planche que tu dois scier? »;
- une *masse* : « combien de kilos de fruits as-tu cueillis? »;
- une *capacité* : « combien de litres de lait dois-tu acheter pour le déjeuner de ces personnes? »;
- etc.

Même lorsqu'une personne traite une situation de géométrie, elle ne peut le faire qu'en utilisant des nombres et la mesure :

- calculer une *distance entre deux points sur un plan* : « combien de kilomètres devras-tu parcourir pour effectuer un trajet qui rejoint ta maison à ton lieu de travail? » ;
- vérifier le *volume d'un solide* à remplir : « combien de cordes de bois peux-tu rentrer dans ton appentis pour l'hiver? »;
- calculer *l'aire d'une surface* : « quelle est la mesure de la surface du plancher de la pièce que tu dois carreler ? » ;
- calculer un *périmètre* : « quel est la mesure du contour du terrain autour duquel tu dois poser une clôture? »;
- etc.

Toutes ces opérations combinent à la fois une utilisation des nombres et de leurs propriétés, d'opérations arithmétiques et de leurs propriétés, de formes géométriques et de leurs propriétés ainsi que des mesures et de leurs systèmes spécifiques de numération de position. L'arithmétique et la géométrie, mais aussi la mesure, sont incontournables et constituent les trois domaines de base des mathématiques. Nous ne pouvons faire l'économie de l'un ou l'autre de ces trois domaines. Un continuum de *numéracie* doit aller au-delà de l'arithmétique et intégrer nécessairement la géométrie et la mesure.

• *L'importance du langage*

Par ailleurs, ces activités mathématiques ne peuvent se réaliser qu'à travers le langage de la personne qui les traite. Une personne peut expliquer la signification du calcul du volume d'un solide. Pour ce faire, elle précise avec ses mots, comment elle multiplie l'aire d'une des bases du solide par sa hauteur. Cette personne a sans doute compris une série d'éléments des trois domaines des mathématiques que sont l'arithmétique de base, la mesure et la géométrie. Mais elle utilise aussi un langage intelligible par d'autres, pour l'expliquer. Elle ne peut confondre les concepts dont elle parle. Elle établit des liens entre ce qu'elle dit et les actions qu'elle a posées. Pour faire tout cela, la maîtrise du langage est incontournable : elle parle de concepts mathématiques.

Cette personne fait certainement, en outre, référence à des situations dans lesquelles elle a dû résoudre des problèmes de calcul ou d'estimation de volumes. En effet, elle a compris le solide analysé pour y retrouver la base dont elle calcule l'aire, mais aussi pour expliquer dans un langage intelligible, pourquoi lorsqu'elle calcule un volume, elle reporte cette mesure sur la hauteur du solide (volume du solide = aire de la base x hauteur). Elle comprend aussi la mesure qu'elle réalise et les unités qu'elle utilise. Dans cette opération, elle mesure des longueurs, les côtés de la base et la hauteur du volume; elle mesure aussi une surface, l'aire de la base; elle mesure enfin le volume du solide. Dès lors, elle utilise des unités de longueur, par exemple 3 m., des unités d'aire, par exemple $3m^2$ et des unités de volume, par exemple $3m^3$. Il est évident que chacun de ces '3' réfère à un système de numération de position différent : l'un en base 10, l'autre en base 100, le dernier enfin en base 1000. Pour réaliser cette opération apparemment simple, calculer un volume et l'expliquer, la personne parcourt les trois domaines des mathématiques que sont l'arithmétique (numération de position et opérations arithmétiques), la mesure (mesures et unités de longueur, d'aire et de volume) et la géométrie (caractéristiques et propriétés d'un solide). Ces trois domaines des mathématiques sont étroitement reliés dans le traitement d'un très grand nombre de situations de vie. Ils ne peuvent cependant s'articuler entre eux que si les personnes utilisent aussi un langage intelligible pour associer les concepts des différents domaines des mathématiques et les rendre compatibles entre eux. Par exemple, il serait très difficile à une personne d'exprimer la mesure d'un volume si elle ne peut se servir, à travers le langage, des concepts de l'arithmétique, de la mesure et de la géométrie, indispensables pour effectuer ces opérations. Ces concepts passent nécessairement par le langage. Pour que la personne puisse utiliser dans de nouvelles situations, ce qu'elle a appris dans des situations plus anciennes, il est indispensable qu'elle ait pu le conceptualiser. Une personne ne peut adapter dans une nouvelle situation des actions plus anciennes, que si elle a pu d'abord les mettre en mots. Pour ce faire, elle a dû les expliciter et les conceptualiser, tout en conservant leur signification à travers le souvenir des situations d'origine plus anciennes. Piaget (1974) propose un cheminement depuis l'action en situation jusqu'au concept décontextualisé. Nous pourrions aujourd'hui dégager de ce cheminement progressif, une sorte de dynamique des compétences. Piaget montre l'existence d'un passage depuis une coordination des actions en situation, où la compétence est toute entière prise dans l'agir, jusqu'à une coordination conceptuelle de cette même action en dehors de cette situation, où cette compétence est explicitée et mise en mots. Pour pouvoir utiliser ce qu'elle a appris en situation, la personne doit pouvoir agir mentalement sur ce qu'elle a appris, penser à ses actions en dehors de la situation, en ne devant plus reproduire les gestes physiques qu'elle a effectués dans l'action. Elle doit aussi pouvoir réfléchir à la situation elle-même, tout en étant déjà hors de cette situation. La personne y parvient si elle a mis en mots son agir et si elle a conceptualisé. Le langage est donc incontournable, les apprentissages mathématiques nous semblent impossibles en dehors d'une langue, de mots et de concepts pour en parler. Une personne qui a compris, par exemple, la signification complète de la formule 'C^3', ne doit plus passer par une manipulation concrète pour le calcul du volume d'un cube, dont elle connaît la mesure de la longueur d'une de ses arêtes. Le fameux triptyque « contextualisation – décontextualisation – recontextualisation », n'existe que dans la mesure où il y a conceptualisation à travers le langage. À défaut d'une telle conceptualisation, la personne stagne au niveau de la première étape : la « contextualisation ». Il n'y a pas apprentissage dans ce cas, et la personne n'est jamais opératoire, puisqu'elle devra toujours refaire concrètement les gestes en situation, sans jamais se dégager du concret. Même si nous parlons de *numéracie* et d'apprentissages mathématiques, nous ne pouvons le faire indépendamment du langage et d'une nécessaire conceptualisation de ce qui a été appris.

• *Importance de la mise en contexte*

Les différents niveaux de *numéracie* évoqués par Higginson (2000), ne permettent pas de réelles possibilités d'apprentissage. Ils se limitent pour les trois premiers à l'arithmétique de base, pour le quatrième à l'arithmétique et la géométrie. Prise pour elle-même, l'arithmétique de base n'a pas réellement de signification. Sans contextualisation, la géométrie n'a pas plus d'acception. Un apprenant ne peut pas construire le sens d'un objet mathématique décontextualisé, qu'il rencontre pour la première fois. Le sens naît d'un consensus qu'entretiennent entre eux les mots et les choses, les mots et les idées, les mots et les sentiments (Baruk, 1985). Le sens est toujours une construction de la personne9, on ne peut donner du sens à l'action d'une autre personne, c'est elle-même qui doit le construire.

Quel est le sens du concept de rectangle, si ce dernier est strictement décontextualisé? Souvent, il n'est même pas reconnu par la personne qui l'étudie, comme étant la surface d'une des faces d'un solide de référence. Bien plus, si ce solide ne représente aucun intérêt pour cette personne, pourquoi devrait-elle analyser et comprendre les caractéristiques et les propriétés d'une des faces rectangulaires de ce solide? Une compréhension de la géométrie10 ne peut se réaliser qu'en permettant à la personne d'agir sur les objets et dans l'espace, elle peut ainsi réfléchir sur ses actions et leurs résultats, sur des objets et un espace qu'elle connaît, qu'elle voit, qu'elle manipule. Par exemple, quelle peut être la signification du résultat d'un calcul de l'aire d'un rectangle par une personne si cette opération se résume à l'expression mathématique suivante : « aire du rectangle exprimée en m^2 : 10 x 20 = 200 ou 2 ares ». Par contre, si un rectangle de 10 m par 20 m est tracé sur le sol d'un terrain sur lequel la personne peut marcher, elle pourra comparer cette surface à d'autres. Mais elle sera aussi à même de vérifier combien de fois elle peut tracer un carré de un mètre de côté dans ce rectangle qu'elle piétine. Elle recherchera aussi ce qu'elle peut faire de ce morceau de terrain, comme, par exemple y semer des fleurs. Subitement, ce même rectangle, abstrait et incompréhensible lorsqu'il est enfermé dans une

9 « Le sens est une construction de l'homme par rapport à des problèmes, un moyen de penser le monde. Ce que les didacticiens entendent par 'donation de sens' est un artefact pédagogique qui consiste à fabriquer quelque chose parce que le sens a été oublié. Le sens a été perdu là où il était, aussi s'efforce-t-on de le réinstaller, de le réintroduire de manière artificielle. On parle de 'l'ère du vide' », Bkouche, (2000 : 17).
10 Au sens étymologique du terme, la géométrie désigne d'abord *la science de l'espace*.

expression mathématique, prend une série de significations pour la personne qui peut construire du sens à partir des opérations qu'elle effectue.

Un nombre, par exemple '3', complètement décontextualisé, est rarement utilisé. Il ne génère que très peu de sens par lui-même, voire pas du tout. De plus, ce n'est que par pure convention que nous formulons l'hypothèse que ce nombre représente un rang dans une numération de position en base dix, alors qu'il y a une infinité de systèmes de numération. Le chiffre '3' peut donc, potentiellement, adopter un très grand nombre de positions et de valeurs différentes à travers l'infinité des systèmes de numération potentiels. En plus, nous l'avons vu plus haut, si ce nombre représente des unités d'aire il sera positionné en base 100 et s'il représente des unités de volume il sera positionné en base 1000. Il est donc très peu pertinent de travailler la numération hors de tout contexte, simplement pour elle-même. Lorsqu'une personne utilise un nombre, c'est en général un nombre *de quelque chose* : 7 pommes, 7 dollars, 7 heures, 7 ans, 7 personnes, 7 kilomètres, etc. Pour Baruk (1983), l'apprentissage de l'arithmétique de base, pour qu'il ait du sens pour l'apprenant, repose essentiellement sur des *nombres de quelque chose* et non sur des *nombres tout court*. Or ce 'quelque chose' est, la plupart du temps, le résultat d'une mesure dans l'espace ou dans le temps, sur des surfaces, des solides, des personnes, etc. L'arithmétique de base, la mesure et la géométrie devraient alors constituer le minimum des connaissances et des compétences mathématiques d'une personne pour qu'elle soit à l'aise dans son cadre de vie quotidien (Jonnaert, 1997). Pour ce faire, ces domaines des mathématiques ne peuvent être construits par les personnes, que dans des contextes porteurs de signification pour elles. Cela signifie, qu'un continuum de *numéracie* ne peut être élaboré qu'en référence à des tâches que les personnes peuvent effectuer dans des situations contextualisées.

• *Contexte, situation, situation–problème, tâche, problème*

Souvent les concepts de *tâche*, de *situation*, de *problème*, de *contexte* et de *situation-problème* sont confondus[11]. De nombreux travaux traitent depuis quelque temps déjà, de la question de la situation[12]. Plusieurs auteurs, par ailleurs, ont plus particulièrement étudié la

11 Actuellement, particulièrement dans la perspective de la cognition située, la notion de situation prend une importance déterminante dans les recherches sur la construction des connaissances en contexte (Lave, 1991; Lave et Wenger, 1991; Laflaquière, 2002). Le point de vue partagé par les spécialistes de la cognition située, est que la personne agit, pense, construit ses connaissances, développe ses compétences, etc. en étant en situation et en contexte (Laflaquière, 2002). Le paradigme de la cognition située est d'autant plus important si l'on se réfère à une logique de compétences, (Allal, 2002).
12 Jonnaert et Pallascio, 1996; Jonnaert, 1996; Escabarajal, 1988; etc.

notion de problème13. Nous disposons aujourd'hui d'une importante littérature à ce propos. Et pourtant, plusieurs malentendus persistent.

Contexte :

Partant du contexte, concept le plus inclusif, ceux de tâche, de problème et de situation–problème, peuvent facilement être clarifiés et reprécisés. Le *contexte* est le cadre général, spatio-temporel mais aussi culturel et social, dans lequel se trouve une personne à un moment donné de son histoire. Il inclut l'ensemble des autres concepts, mais aussi la personne en situation.

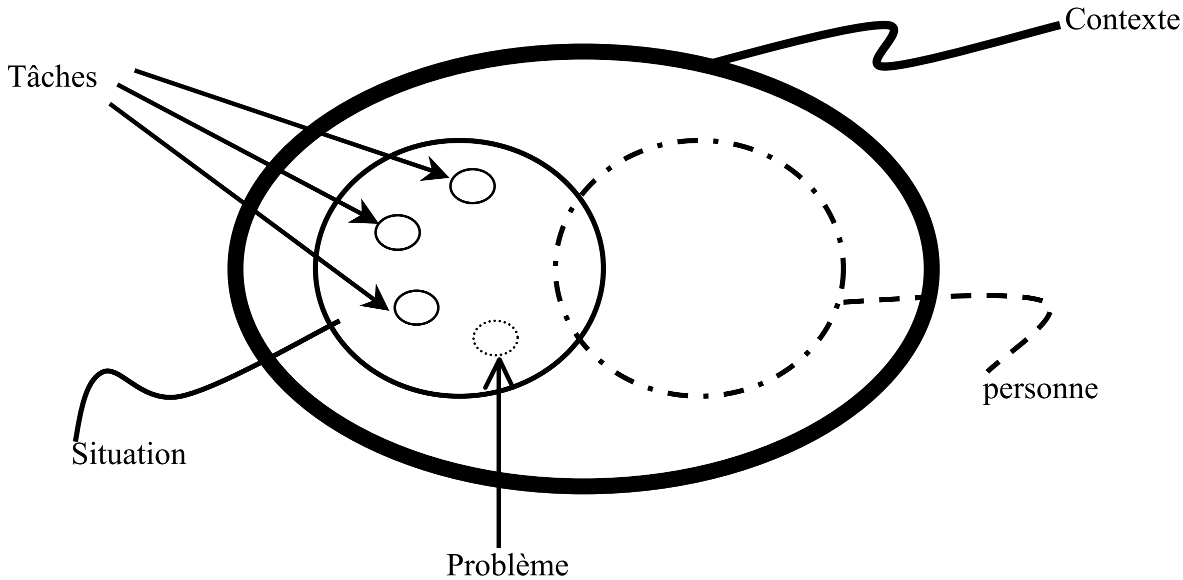

Figure 1 : contexte, situation, tâche, problème

Inclusif, le contexte comprend la personne et la situation à laquelle cette dernière est actuellement confrontée, la situation à son tour inclut les tâches et les problèmes s'il y en a. La personne en situation donne du sens à ses actions, parce que le contexte a lui-même du sens pour elle. Un contexte est caractérisé par des critères de temps et d'espace, et par des critères sociaux et culturels. Par exemple, un cours de mathématiques (l'ensemble des activités d'enseignement et d'apprentissage de mathématiques, durant une période précise de formation), dans une classe et une école précises, à un moment donné de la scolarité d'une personne, avec des pairs et des enseignants, est un contexte que nous pouvons facilement caractériser dans le temps et l'espace mais aussi socialement et culturellement. Le contexte permet la création de sens par la personne.

13 Richard, 1990; Poirier-Proulx, 1999; etc.

Cette dernière comprend pourquoi elle agit dans telle ou telle situation, en posant tel ou tel acte, seulement si ce qu'elle fait est contextualisé.

Situation :

Une *situation* est plus restrictive et est incluse dans un contexte qui lui donne du sens. Toute situation est contextualisée. Les caractéristiques du contexte permettent de comprendre pourquoi cette situation apparaît *hic et nunc*. Une situation est un ensemble organisé de ressources pour permettre à la personne de réaliser des tâches en vue d'atteindre un but qu'elle s'est assigné. Par exemple, un enseignant peut organiser un 'espace–mathématique' dans sa classe avec du matériel et des référentiels précis (ordinateur, fichiers, dictionnaire des mathématiques, etc.) et proposer à ses élèves d'effectuer une série de relevés pluviométriques dans la cour de l'école afin de calculer la moyenne pluviométrique journalière durant un mois. La situation comprend l'ensemble des tâches que les élèves effectuent, avec ce matériel pour calculer une moyenne pluviométrique (le but), mais aussi avec une série de contraintes et surtout avec leurs propres connaissances et la signification que chacun donne à cette situation. Une personne travaille toujours sur sa propre construction de la situation, sa représentation, et ne prend pas nécessairement en considération toutes les ressources présentes dans cette situation. Elle y sélectionne celles qui lui semblent pertinentes et utiles à sa propre action.

Tâche :

Une *tâche* est définie par les actions qu'une personne pose en se référant à ses connaissances, pour atteindre un but intermédiaire dans le traitement de la situation. La personne utilise à bon escient ce qu'elle connaît déjà, ainsi que les ressources offertes par la situation. Une tâche requiert simplement l'application de ce qui est connu, et l'utilisation des ressources de la situation, sans plus. Par exemple, dans la situation de pluviométrie, 'consigner dans un cahier les relevés pluviométriques' peut être considéré comme une tâche. Par le dispositif mis en place, la situation fournit les données pluviométriques, la personne les relève en lisant le niveau atteint par l'eau dans le pluviomètre et elle consigne ces données dans un cahier. La personne a accès à l'ensemble des éléments utiles pour la réalisation de cette tâche, elle ne doit pas effectuer de recherche particulière. Elle atteint, sans entrave aucune, le but qu'elle s'est assigné dans cette tâche : 'disposer quotidiennement du relevé pluviométrique'.

Problème :

Certaines tâches ne sont pas réalisées aussi automatiquement par les personnes, ce sont des *problèmes* dans ce cas. Dans un problème, on observe une entrave entre ce que la personne envisage de réaliser (son but), et ce que ses connaissances et la situation (les ressources de la situation) lui permettent de faire effectivement. Parfois, la personne ne dispose pas de connaissances suffisantes, elle doit alors réaliser un apprentissage pour traiter la situation. Dans d'autres cas, les ressources offertes par la situation sont incomplètes, la personne doit alors effectuer des démarches supplémentaires par rapport à ce que la tâche requiert normalement, pour obtenir les ressources manquantes. Dans un cas comme dans l'autre, l'atteinte du but par la personne n'est pas automatique. Il ne s'agit plus d'une simple tâche, mais bien d'un problème. Un problème est une tâche que la personne ne peut réaliser sans effectuer différentes démarches de recherche, d'apprentissage voire de consultation d'experts etc., pour trouver les éléments qui lui manquent pour être traitée. En d'autres termes, il y a *problème* si la situation n'offre pas suffisamment de ressources ou si la personne ne dispose pas des connaissances suffisantes, à la réalisation de la tâche. Un problème est toujours fonction de la personne qui est confrontée à une tâche, qu'elle ne peut réaliser automatiquement. Certaines tâches sont des problèmes pour une personne alors qu'elles ne le sont pas pour d'autres. Par exemple, si la personne ne peut lire le niveau atteint par l'eau dans un pluviomètre, cette tâche devient un problème pour cette dernière alors qu'elle ne l'est peut-être pas pour d'autres.

Situation–problème :

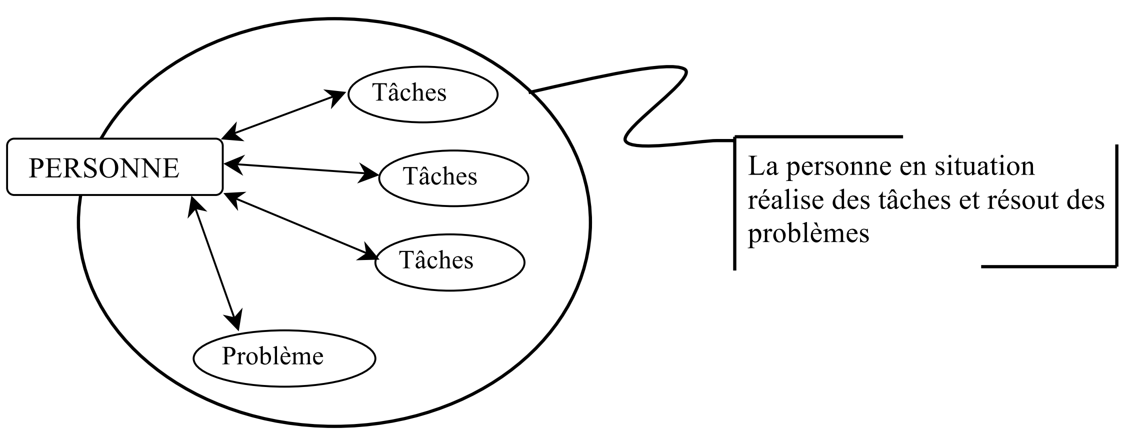

Figure 2 : situation - problème

Une *situation–problème* comprend un ensemble de tâches et au moins une de ces tâches est un problème. Dans la plupart des cas, dans une situation-problème, des tâches et des problèmes se côtoient et s'appuient mutuellement. Les tâches et les problèmes d'une même situation–problème, ne sont pas isolés les unes des autres. Pour traiter la situation–problème, la personne organise son travail. Certaines tâches en précèdent d'autres, et la résolution de certains problèmes est indispensable au traitement des tâches suivantes. Dans une situation–problème, il y a une interaction entre les tâches et les problèmes. C'est à travers une telle dynamique que la personne peut arriver au traitement réussi de la situation–problème. En d'autres termes, la personne a pu se montrer compétente. Dans une telle dynamique, les domaines mathématiques retenus dans un continuum de *numéracie*, ne sont utilisables par la personne que comme des ressources parmi d'autres, pour le traitement efficace de situations–problèmes.

• *Problème et résolveur de problèmes*

La mise en contexte est certes importante. C'est à l'intérieur de situations, plus ou moins complexes, que la personne a à traiter, que les stratégies et les concepts mathématiques peuvent être convoqués, en ayant du sens pour elle. Mais, pour traiter ces situations, les concepts et les stratégies mathématiques ne sont pas suffisants. Encore faut-il que la personne s'en serve en étant elle-même une sorte de véritable *résolveur de problème14*. Cet aspect de l'apprentissage des mathématiques nécessite deux clarifications : (1) quand une tâche, à l'intérieur d'une situation, peut–elle être considérée comme étant réellement un problème? (2) Quand une personne peut-elle être considérée comme un résolveur de problème?

<u>Caractéristiques d'un problème :</u>

Pour qu'une situation soit une 'situation–problème' pour une personne, il faut qu'au minimum une des tâches qu'elle inclut soit un problème pour la personne. Dès lors, pour comprendre ce qu'est une situation–problème, il est utile de d'abord caractériser le concept de problème. Un problème est une tâche pour laquelle la personne ne dispose pas de toutes les ressources utiles et/ou des connaissances indispensables pour la traiter.

14 Un problème existe lorsqu'il y a un ou plusieurs obstacles qui séparent l'état initial du but recherché par la personne dans cette situation, Glover, Ronnig et Bruning (1990). Une situation inclut un ensemble de tâches. Lorsque plusieurs de ces tâches, mais pas toutes, sont des problèmes pour la personnes, la situation devient une *situation – problème*. Si toutes les tâches sont des problèmes pour la personne, la situation est bien souvent ingérable et dans ce cas, n'est même pas une situation – problème car elle trop complexe. La situation est alors une situation impossible.

*« Les sept conditions pour qu'un problème existe »*15 :

1) Le problème (ou son énoncé dans un texte), doit susciter du sens dans le champ des connaissances de la personne : *la personne doit pouvoir rapidement reconnaître le domaine du problème, et lui attribuer globalement du sens : « c'est un problème dans lequel on me demande de trouver … ».*

2) La personne doit pouvoir envisager ce que pourrait être une réponse au problème soulevé par la situation. La personne doit pouvoir, rapidement, se faire une idée de ce qu'elle recherche en traitant ce problème : *elle doit se représenter le type de réponse attendue (« ce sera un prix, une mesure de surface, une durée, un taux horaire, une masse, … »); elle doit aussi rapidement identifier l'unité de mesure qui sera utilisée pour répondre au problème (« la réponse sera exprimée en dollars, en kilogrammes, en* m^2*, … »); elle devrait aussi pouvoir estimer un ordre de grandeur à l'intérieur duquel la réponse pourra fluctuer (« ce sera à peu près autant, dans une fourchette de grandeur entre … et … »); cette forme d'anticipation est cependant indépendante de la capacité de la personne à concevoir une stratégie.*

3) La personne doit pouvoir engager une procédure pour le traitement du problème. Elle développe cette procédure en fonction de ses connaissances actuelles au moment de sa confrontation au problème : *la personne doit pouvoir construire une stratégie de résolution de problème en articulant les connaissances dont elle dispose, aux informations présentes dans la situation; mais, la réponse qu'elle recherche n'est pas évidente; la personne doit mettre en place toute une démarche pour y arriver, sinon, il ne s'agit pas de problème.*

4) Le problème est riche : *cela signifie que le réseau des concepts impliqués est assez important mais pas trop pour que la personne puisse gérer la complexité, sinon toute seule, du moins en équipe ou même au sein de la collectivité de classe.*

15 Extrait de Jonnaert, (1997 : 133 et 134), adaptation de Douady, 1983.

5) Le degré d'ouverture[16] du problème est suffisant : *la personne doit pouvoir poser une variété de questions ou mettre en œuvre une diversité de stratégies pour traiter le problème; ce degré d'ouverture (plus ou moins important) provoque une certaine incertitude chez la personne; c'est enfin ce degré d'ouverture qui permet de déterminer si le problème est ouvert ou non et donc si la personne a plus ou moins de liberté par rapport au choix des solutions.*

6) Le problème doit pouvoir se formuler dans des cadres différents : *l'élève doit pouvoir traduire le problème dans d'autres langages qui font partie du champ de ses connaissances (reformuler l'énoncé ou décrire le problème dans ses propres mots, traduire le problème par un dessin ou un schéma, etc. …).*

7) La connaissance visée par l'apprentissage est le moyen de répondre au problème : *c'est par une réponse pertinente au problème, que la personne aura construit de nouvelles connaissances ou développé de nouvelles compétences.*

Une 'situation' devient une 'situation–problème', si au moins une des tâches qu'elle inclut est un problème caractérisé, c'est-à-dire qui répond aux 7 caractéristiques décrites ci-dessus. Traiter une situation–problème revient alors à réaliser les actions dans cette situation, pour accomplir les tâches et résoudre les problèmes qu'elle inclut et ce, de façon coordonnée. Face à de telles situation–problèmes, encore faudrait–il que la personne dispose de la compétence du *résolveur–de–problème*.

<u>Caractéristiques du résolveur de problèmes[17] :</u>

Face à un problème, le *résolveur de problème* coordonne en général cinq catégories d'actions pour se montrer compétent :

---

16 Le degré d'ouverture d'un problème est l'espace à l'intérieur duquel la personne a la possibilité de trouver une ou plusieurs solutions. Ce degré d'ouverture est fonction des éléments inconnus par la personne, mais qui ne sont pas pour autant présents dans la situation. La personne en a besoin pour traiter le problème, et doit nécessairement effectuer une démarche de recherche pour les trouver. « Le degré d'ouverture d'un problème est toujours difficile à déterminer. En effet, il est fonction d'éléments contrôlables par l'enseignant (la place des inconnues, la présence de peu ou de beaucoup d'informations sur chacune des dimensions du problème, l'accessibilité ou non à un référentiel, …). Mais aussi, il est fortement déterminé par des éléments non contrôlables par l'enseignant (la facilité avec laquelle l'élève peut ou non mobiliser des éléments dans son répertoire cognitif, la familiarité ou non pour l'élève des éléments présents dans la tâche ». Jonnaert, (1997 : 132). L'analyse du degré d'ouverture d'un problème permet de déterminer si le problème est *fermé*, c'est-à-dire qu'il n'accepte qu'une seule solution, *semi-ouvert*, c'est-à-dire qu'il accepte un nombre déterminé de solutions et que la personne a la possibilité de poser un choix entre ces solutions, *ouvert*, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de contraintes quant aux choix des solutions par la personne, elle peut traiter le problème en toute liberté et créer des réponses personnelles et originales.

17 Pallascio et Jonnaert, 2000.

Décoder le problème:

- *raconter* le problème avec ses mots
- *vérifier* sa compréhension de tous les éléments du problème
- *situer* le problème par rapport à la situation et son contexte
- *rechercher* de l'information complémentaire pour bien comprendre le problème dans sa relation avec la situation à laquelle il appartient
- *raconter* à nouveau la situation avec ses mots, mais sans hésiter cette fois
- *expliquer* pourquoi, dans ce problème, une difficulté est rencontrée
- *formuler* cette difficulté sous la forme d'une question
- *préciser* son idée de solution (hypothèse) : dire ce qui, à son avis, pourrait être une réponse à cette question
- *confronter* son idée à celles des autres : écouter les idées de solution des pairs
- *choisir* collectivement l'idée de solution à laquelle travailler

2. Modéliser le problème :
   - *comparer* le problème à d'autres, auxquels il ressemble
   - *représenter* le problème par des objets, un dessin, un schéma, une image, etc.
   - *exprimer* le problème par des mots, un mime ou une seynette

3. Appliquer différentes stratégies en vue d'élaborer une solution :
   - *préciser* ce qui devrait être fait pour atteindre cette solution
   - *vérifier* si la démarche proposée permet bien de répondre à la question posée
   - *organiser* les étapes de la démarche de solution
   - *identifier* toute l'information utile à la démarche
   - *sélectionner* les ressources pertinentes dans la situation
   - *rechercher* d'autres informations utiles hors de la situation, par exemple des prix dans un catalogue
   - *organiser* toutes les ressources
   - *appliquer* la démarche avec les données sélectionnées

4. Valider la solution :
   - *vérifier* le résultat de chaque opération posée
   - *organiser* les résultats en fonction de la question posée

- *vérifier* si les résultats permettent de répondre à la question posée
- *vérifier* l'exactitude des résultats des opérations
- *vérifier* si la réponse apportée a du sens

5. Partager l'information :

- *communiquer* sa solution aux autres
- *écouter* d'autres solutions
- *accepter* d'autres points de vue que le sien
- *analyser* différents points de vue
- *critiquer* différents points de vue
- *accepter* qu'un même problème puisse présenter des solutions différentes
- *faire des choix*

Mettre en contexte, signifie donc que la personne puisse traiter des situations–problèmes à partir desquelles elle pourra construire une série de connaissances et développer des compétences à propos des domaines d'apprentissage mathématiques concernés par la *numéracie*. Pour y arriver, la personne devrait pouvoir utiliser les compétences d'un véritable résolveur de situations–problèmes.

Situations – problèmes résolues grâces aux ressources coordonnées de la numéracie	**Ressources de l'arithmétique de base**	**Ressources de la mesure**	**Ressources de la géométrie**
Mises en contexte			
Exprimées à travers un langage partagé			
Traitées grâce aux compétences du résolveur de problèmes			

Espaces d'application
de la *numéracie*

• *En résumé*

Dans cette perspective, la *numéracie* devrait être constituée par une sorte de socle (une assise solide) de compétences de base en arithmétique élémentaire, en géométrie et en mesure. Elle ne peut cependant s'exprimer qu'à travers un langage intelligible. Une personne ne pourra construire des connaissances et développer des compétences à propos de ces domaines des mathématiques que s'ils sont contextualisés dans des situations–problèmes. Face à de telles situations, la personne devrait se comporter comme un véritable résolveur de problèmes.

6. Une proposition de définition de la *numéracie*

La *numéracie* est, selon nous, constituée par un socle de compétences de base dans différents domaines des mathématiques, indispensables à une personne pour traiter efficacement des situations de vie et des situations-problèmes faisant appel à des compétences mathématiques. La *numéracie* a une visée pragmatiste. Elle n'a pas pour finalité le développement d'une pensée mathématique chez la personne, même si elle y contribue minimalement. Par contre, elle poursuit l'objectif d'instrumenter rapidement cette personne, avec des ressources utiles au traitement de situations qui nécessitent l'application d'outils et de concepts mathématiques. En ce sens, un continuum de *numéracie* s'accompagne utilement d'une banque de situations, qui permettent aux personnes moins performantes de construire des connaissances opératoires, indispensables aux opérations mathématiques, quelles qu'elles soient.

• *La numéracie représente un contenu de programmes d'études*

La *numéracie* définit alors à un ensemble de compétences mathématiques de base, suffisant pour traiter des situations de vie et des problèmes qui ne peuvent être résolus efficacement que grâce à des outils, des ressources et des concepts mathématiques. Mais, si elle est limitée à des concepts et des stratégies mathématiques, alors la *numéracie* ne peut certes pas, par elle-même, générer des connaissances opératoires et, à la limite n'est d'aucune utilité. Présentée sous la forme d'un programme d'études, la *numéracie* présente un contenu mathématique, il s'agit donc d'un texte auquel nous ne pouvons certes pas attribuer des qualificatifs de la cognition. Une *numéracie* ne peut donc pas, en tant que telle, être opératoire. Elle est écrite, claire, complète, cohérente, etc. La *numéracie* respecte alors les règles, syntaxiques et sémantiques, d'écriture des programmes d'études. Par contre, elle peut avoir pour finalité le développement d'une pensée logico-mathématique, qui soit opératoire pour les personnes. Et c'est bien là, la finalité de la *numéracie* : *le développement de connaissances opératoires pour les personnes, à propos de concepts et de stratégies mathématiques indispensables dans leurs situations de vie quotidiennes*. Ce n'est, à notre sens, que dans cette perspective qu'une *numéracie* est intéressante pour le développement des personnes.

• *La numéracie convoque différents domaines de compétences*

Une *numéracie* qui permet le développement de connaissances opératoires pour le traitement de situations à contenus mathématiques, fait aussi appel à un langage intelligible pour permettre à la personne d'exprimer les résultats de ses opérations mathématiques. Ce langage facilite une utilisation cohérente, des concepts mathématiques utiles au traitement des problèmes auxquels la personne est confrontée. Parce qu'elle a mis en mots ce qu'elle a appris, la personne peut le conceptualiser et donc évoquer les concepts et les stratégies mathématiques, même hors des situations.

Enfin, la *numéracie* convoque aussi un ensemble de stratégies de résolveur de problème afin de permettre à la personne de traiter efficacement les situations de vie auxquelles elle est confrontée et donc pour y manifester une certaine compétence.

Par compétence, il faut comprendre la *relation qu'une personne établit avec une situation* (Samurçay et Pastré, 2001), la compétence serait ainsi une sorte *d'intelligence des situations* (Masciotra, 2003). Plus concrètement, une personne sera déclarée compétente si elle a pu *mobiliser et coordonner un ensemble pertinent de ressources pour traiter efficacement une situation* (Jonnaert, 2002). Dans le cadre de la *numéracie*, ces ressources relèvent des domaines des mathématiques que sont l'arithmétique de base, la mesure et la géométrie, du domaine du langage et de celui de la résolution de problèmes. D'autres domaines mathématiques peuvent s'y ajouter comme l'algèbre; il n'y a pas de limite exclusive à ces ressources mathématiques.

Pour traiter ces situations à contenus mathématiques, la personne compétente :

- utilise des stratégies de résolution de problème;
- réfléchit sur sa démarche avec un langage qui lui permet d'utiliser des concepts;
- établit des relations entre la situation, sa démarche et ses résultats;

Pour arriver à traiter efficacement une situation, la personne compétente coordonne efficacement toutes ces composantes.

• *En résumé*

En ce sens, la *numéracie est l'intelligence des situations de vie et des problèmes convoquant des ressources mathématiques de base pour être traités avec efficacité et succès*.

7. Principes d'un continuum de *numéracie*

Dans la perspective développée dans les lignes qui précèdent, *un continuum de numéracie décrit un ensemble de compétences de base dans différents domaines des mathématiques, permettant à une personne de traiter efficacement une série de situations de vie et de problèmes convoquant des ressources mathématiques*.

• *Finalité d'un continuum de numéracie*

La finalité d'un continuum de *numéracie* est de proposer des ensembles de ressources mathématiques utiles au développement de compétences de base pour le traitement des situations de vie et de problèmes. La visée d'un continuum répond aux exigences d'une approche pragmatiste de la *numéracie*. Dans ce contexte, l'enseignement et l'apprentissage des compétences mathématiques de base, envisage moins la maîtrise des mathématiques pour elles-mêmes, que l'acquisition et le développement de ressources mathématiques par les personnes, pour qu'elles puissent agir efficacement dans et sur leur propre environnement. L'acquisition de ressources mathématiques est donc un moyen pour le développement de compétences nécessaires au bien-être et à l'efficacité d'une personne dans ses situations de vie. Des concepts ou des définitions qui ne peuvent trouver de sens, ni une utilité immédiate, dans le développement de compétences de base par les personnes, sont écartés momentanément du continuum de *numéracie*, sans en être définitivement exclus. Aucun des concepts et des domaines mathématiques, temporairement écartés du continuum de *numéracie* ne sont relégués aux oubliettes. Au contraire, dans la mesure où, à un moment donné de sa formation, la personne rencontre des situations qui convoquent des concepts mathématiques non présents dans le continuum, ceux–ci doivent nécessairement faire l'objet d'un enseignement et d'un apprentissage.

• *Des éléments complémentaires à un continuum de numéracie*

Le continuum de *numéracie* ne décrit pas les compétences langagières, ni celles de résolveur de problèmes des personnes. Il s'agit là d'éléments non spécifiquement mathématiques auxquels sont articulées les ressources décrites dans le continuum de *numéracie*. Par ailleurs, un continuum de *numéracie* n'est pas complet s'il n'est pas accompagné d'une banque de situations; il ressemblerait à une boîte à outils, dont une personne connaît le contenu mais dont elle ne se sert pas. Bien plus, il s'agit de commencer par un relevé des situations de vie auxquelles la clientèle ciblée est confrontée, plutôt que de décrire, *in abstracto*, le continuum. En effet, un continuum décrit nécessairement les ressources utiles au développement de compétences dans ces situations.

• *Étapes pour la rédaction d'un continuum de numéracie*

Un continuum de *numéracie* peut s'organiser en respectant les six étapes suivantes :

1) Établir un inventaire des *situations de vie* auxquelles la clientèle ciblée est confrontée et pour le traitement desquelles des ressources mathématiques sont utiles au traitement.
2) Identifier, pour ces situations de vie, les *ressources mathématiques* utiles.
3) Organiser ces ressources mathématiques en un *continuum de numéracie* en les classant par domaines mathématiques.
4) Identifier les *compétences langagières* utiles au développement de compétences mathématiques dans les domaines mathématiques retenus pour le continuum.
5) Nommer les compétences du *résolveur de problèmes*.
6) Au départ d'une enquête sur les situations de vie de la clientèle ciblée, proposer une *banque de situations* pour les apprentissages mathématiques.

Un continuum de *numéracie*, *stricto sensu*, décrit une suite de ressources de base, qui servent de balises à un enseignement pragmatique des mathématiques à l'école.

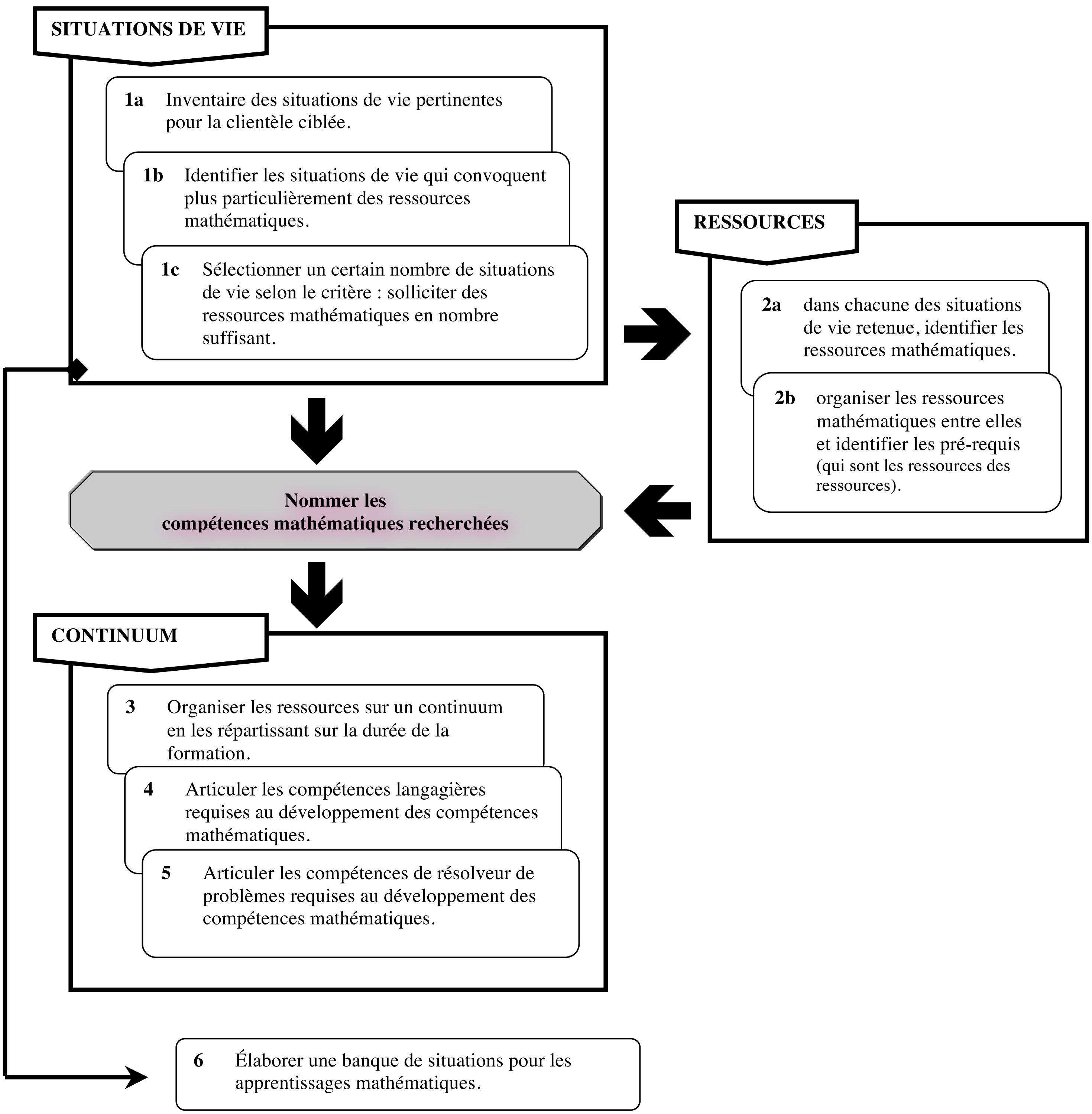

Figure 3 : étapes pour l'élaboration d'un continuum

Mais, ces étapes ne sont pas suffisantes si le continuum s'inscrit dans une perspective socioconstructiviste. En effet, une telle perspective suppose que la personne construit ses connaissances sur la base de ce qu'elle connaît déjà. Aussi, une enquête auprès d'un échantillon de la population ciblée devrait permettre de dégager les connaissances préalables que ces personnes utilisent spontanément pour traiter ces situations. C'est en effet à ces connaissances que le contenu du continuum devra s'articuler. Une personne construit de nouvelles connaissances en modifiant des connaissances plus anciennes et en adaptant les savoirs codifiés aux besoins de la situation comme aux particularités des connaissances qu'elle possède déjà. Un relevé d'un échantillon représentatif des connaissances spontanées des personnes ciblées par le continuum, permettra aux formateurs de les prendre en considération dans leurs démarches d'enseignement et d'apprentissage. Ce type d'étude préalable nous semble indispensable si nous voulons donner au continuum une réelle connotation constructiviste. À défaut, le continuum conservera ses assises dans d'autres perspectives épistémologiques, mais ne sera certainement pas socioconstructiviste.

• *En résumé*

Un continuum de *numéracie* a donc une *visée pragmatiste*. Il envisage les ressources mathématiques utiles au développement de compétences pour le traitement de situations de vie et de problèmes actuels. Un continuum de *numéracie* n'est cependant pas fermé aux autres domaines et concepts mathématiques, temporairement écartés du continuum. Il s'articule aussi aux compétences langagières de la personne, ainsi qu'à ses compétences de résolveur de problèmes. Un continuum de *numéracie* n'a pas de sens s'il n'est accompagné d'une banque de situations dans lesquelles ces contenus mathématiques seront construits par les apprenants.

8. Conclusion

Un continuum de *numéracie* ne peut se suffire à lui-même. Même s'il est destiné à public d'apprenants moins performants, il doit permettre le développement de connaissances opératoires par ces derniers. En ce sens, il doit à être accompagné de la description des compétences langagières et de celles de résolveur de problèmes, qui permettent à ces personnes d'utiliser de façon opératoire leurs connaissances dans des situations requérant des ressources mathématiques. Ces situations sont décrites dans une banque accompagnant le continuum.

Un continuum de *numéracie* a une visée pragmatique. Il cible les compétences dont la personne moins performante a besoin pour traiter efficacement les situations de vie auxquelles elle est confrontée. Il ne s'y limite toutefois pas, il est toujours ouvert à d'autres compétences mathématiques que celles décrites dans le continuum lui-même. À défaut, il serait trop restrictif, ce qu'il ne peut être. S'il n'a pas pour finalité de développer une pensée logico-mathématique à un niveau de pensée formelle chez les personnes, il poursuit cependant l'objectif de leur permettre de construire des connaissances opératoires en mathématiques.

Dans un processus de développement de continuum de *numéracie* pour des personnes moins performantes, le danger est grand de se limiter à une sorte de « sous-mathématiques ». Un telle mathématique n'existe pas. Tout concept mathématique est complexe et nécessite la construction de connaissances opératoires par les personnes; même les concepts mathématiques les plus élémentaires sont de cette nature. En ce sens, un continuum de *numéracie* ne peut définir une sorte de mathématique au rabais, négligeable et non utilisable par les personnes. Une mathématique pragmatique, n'est pas une mathématique au rabais, elle a pour fonction essentielle, d'instrumenter rapidement des personnes. Elle leur permet alors d'être à l'aise dans un environnement qu'elles comprennent et sur lequel elles peuvent agir.

En d'autres termes, un continuum de *numéracie* fournit les ingrédients utiles à un enseignement qui peut rendre des personnes moins performantes plus opératoires dans et sur leur environnement quotidien, et donc plus autonomes.

9. Bibliographie

Allal, L. (2002). Acquisition et évaluation des compétences en situation scolaire, in J., Dolz et E., Ollagnier, (éds.), *L'énigme de la compétence en éducation*, (pages 77 à 94). Bruxelles : De Boeck-Université.

Baffrey-Dumont (1996). La résolution de problèmes arithmétiques par des enfants de huit ans, in Ph., Jonnaert, R., Pallascio, (rédacteurs invités), Les apprentissages mathématiques en situation, *Revue des sciences de l'éducation*, 22(2), 321 – 344.

Baker, D. (1998). Numeracy as social practice. *Litteracy and numeracy studies*, (8)1, 37-51.

Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine, de l'erreur des mathématiques*. Paris : Seuil.

Bkouche, N. (2000). Culture scientifique, pensée machinale et recherche de sens, in J., Delattre, (éd.), Culture scientifique et culture technique à l'école, *Spirale*, 26, 11 – 22.

Caddell, D., (1998). Numeracy in the early years : what the research tells us. *Early Education Support Series*, (numéro thématique).

D'Hainaut, L. (1988). *Des fins aux objectifs en éducation. Un cadre conceptuel et une méthode générale pour établir les résultats attendus d'une formation*. Bruxelles : Éditions Labor.

Dingwall, J. (2000). *Improving numeracy*. For the National Literacy Secretariat, (document ronéotypé).

Dolle, J.-M., (dir.), (1989). *De la théorie de Piaget à ses applications*. Paris : Éditions du Centurion.

Dolle, J.-M., Bellano, D. (1989). *Ces enfants qui n'apprennent pas. Diagnostic et remédiation*. Paris : Éditions du Centurion.

Douady, R. (1983). Rapport enseignement – apprentissage : dialectique outil – objet, jeux de cadre. *Cahiers de didactique des mathématiques*, (3), (numéro spécial).

Escabarajal, M. – C. (1988). Schémas d'interprétation et résolution de problèmes arithmétiques, *Revue française de pédagogie*, (82), 15 – 21.

Gal, I., (1993). *Issues and challenges in adult numeracy. Review literature*. National center on adult literacy, dissemination/publication, Philadelphia, (document ronéotypé).

Gal, I., Stoudt, A. (1998). Numeracy : becoming literate with numbers. *Adults Learning*, (9)2, 13-15.

Gilbert,T.F. (1962). Mathetics : the technology of education, *Journal of Mathetics*, 1, 7 – 74.

Glover, J.A., Ronnig, R.R. et Bruning, R.H. (1990). *Cognitive Psychology for Teachers*. New York : Mac Millan.

Higginson, W. (2000). *Que signifiera la numéracie dans le Canada du XXIième siècle*. Faculté d'éducation : Université Queens.

Hogan, J. (2000). Numeracy - accross the curriculum? *Australian Mathematics Teacher*, (56)3, 17-20.

Hoppe, J. (1987). *Numeracy*. Saskatoon, Sask. : Saskatchewan Education.

Johnston, B., Baynham, M., Kelly, S., Barlow, K., Marks, G. (1997). *Numeracy in practice : effective pedagogy in numeracy for unemployed young people*. Research report, ERIC identifier.

Jonnaert, Ph. (2002). *Compétences et socioconstructivisme. Un cadre théorique*. Bruxelles : De Boeck-Université.

Jonnaert, Ph. (1997). *L'enfant – géomètre. Une autre approche de la didactique des mathématiques à l'école fondamentale (ou à l'école primaire)*. Bruxelles : Plantyn, (seconde édition remaniée, première édition 1994).

Jonnaert, Ph., Pallascio, R., (rédacteurs invités), (1996). Les apprentissages mathématiques en situation, *Revue des sciences de l'éducation*, 22(2), (numéro thématique).

Jonnaert, Ph. (1996). Les apprentissages mathématiques en situation : une perspective constructiviste, in Jonnaert, Ph., Pallascio, R., (rédacteurs invités), (1996). Les apprentissages mathématiques en situation, *Revue des sciences de l'éducation*, 22(2), 233 – 252.

Joran, E., (1994). *Numeracy and cultural practice : an examination of numbers in magazines for children, teenagers and adullts*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA, April 1994.

Keyfitz, N. (1987). The social and political context of population forecasting, in W., Allonso, et P., Starr, (Éds.), *The politics of numbers*, (p. 235 – 258). New-York : Russell Stage Foundation.

Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education, in D.A., Grouws, (Éd.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (p. 3 – 38). New-York : McMillan Publishing Company.

Laflaquière, J. (2002). *Cognition située et application aux espaces documentaires*. Bordeaux : Université de Bordeaux 2, (Rapport de stage, inédit).

Lave, J. (1991). Acquisition des savoirs et pratique de groupe. *Sociologie et Sociétés*. 23(1), 145 - 162.

Lave, J., Wenger, E. (1991). *Situated learning : legitimate peripheral participation*. Cambridge : Cambridge University Press.

Pallascio, R., Jonnaert, Ph. (2000). *Analyse structurante des mathématiques du primaire dans les nouveaux curriculum québécois*. Québec : Ministère de l'Éducation au Québec.

Piaget, J. (1974). *Réussir et comprendre*. Paris : PUF.

PIRS, Programme d'indicateurs de rendement scolaire, mathématiques III, 2001. *Apprentissage des mathématiques, contexte canadien*. Conseil des Ministres de l'Éducation du Canada.

Poirier-Proulx, L. (1999). *La résolution de problèmes en enseignement. Cadre référentiel et outils de formation*. Bruxelles : De Boeck-Université.

Ramozzi-Chiarottino, Z., (1984). *Em busca do sentido da obra de Jean Piaget*. Sao Paulo : Editore Atica.

Richard, J.-F. (1990). *Les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions*. Paris : Armand Collin.

Theys, L. (2004). *Étude du développement de la compréhension du signe ' = ' chez des enfants de première année du primaire*. Thèse de docctorat inédite, Université de Sherbrooke.

Van Groenestijn, M. (1997). *Constructive numeracy teaching as a gateway to independent learning*. Paper presented at the 4th adults learning mathematics conference, Limerick, Ireland, july 1997.