CIRADE, c.p. 8888
Succ. Centre-ville
Montréal (Qc) H3C3P8

Analyse structurante des mathématiques du primaire dans le nouveau curriculum québécois

Richard Pallascio, Ph.D.

Philippe Jonnaert, Ph.D.

professeurs-chercheurs,

CIRADE et Département de mathématiques, UQAM

2001

Plan de l'analyse

Introduction

Le nouveau curriculum de l'école québécoise permet une réflexion en profondeur sur le type d'apprentissages et d'activités scolaires que les enseignantes et les enseignants peuvent développer dans leur classe. Dans les lignes qui suivent, nous développons une réflexion pouvant aider les enseignantes et les enseignants à se construire une série de repères à propos de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques dans leur classe à la lumière des propositions du nouveau programme. Nous avons articulé cette réflexion autour de trois axes: (1) les mathématiques à l'école primaire, (2) la logique des compétences, (3) les activités intégratrices.

[…] Par ces mathématiques, nous décrivons une **métaphore du monde** et des outils pour permettre à l'élève d'interpréter ce monde. Le mathématicien, et surtout l'apprenti-mathématicien qu'est l'élève, est alors avant tout un constructeur et un créateur de modèles qui lui serviront à appréhender son univers et les problèmes qu'il lui pose.

Les **domaines mathématiques** explorés au primaire qui permettent la création de tels outils sont la géométrie, l'arithmétique et les probabilités. Ces domaines sont différenciés de leurs objets mais sont étroitement interconnectés entre eux. Ces moyens (des instruments, des relations, des théories, etc.) permettent l'exploration de l'espace, du temps et de l'incertitude. À propos de ces moyens, les apprentissages et les activités scolaires relatives aux savoirs mathématiques vont de l'exploration des situations à la preuve en passant par la résolution de problèmes. Le nouveau curriculum, par sa logique des compétences permet une telle construction des savoirs mathématiques.

Une **logique des compétences** permet de développer des apprentissages et des activités mathématiques en situation. Articulés aux **domaines de vie**, ces activités et ces apprentissages mathématiques se situent au " coeur du paysage de l'élève " (Rouche, 1988) pour construire le sens de ce qu'ils réalisent en contexte scolaire. Mais ces activités sont aussi en lien avec les acquis antérieurs de l'élève et surtout sont mis en perspective vers de nouvelles situations dans lesquelles les élèves pourront exploiter et perfectionner leurs compétences.

Différenciant les **activités intégratrices** des projets, ce texte, par quelques exemples, illustre comment les différents niveaux des compétences peuvent s'articuler entre eux au sein de projets qui ont du sens pour l'élève.

Une lecture non partisane du nouveau curriculum permet ainsi d'en déceler toute la richesse. Dont, et ce n'est certes pas la moindre, la possibilité pour l'enseignante et l'enseignant de permettre à l'élève de **créer des savoirs mathématiques pour mieux comprendre son univers et les problèmes** qu'il lui posent.

1. Les mathématiques à l'école primaire

1.1 Les conceptions des mathématiques

Nous avons tous et toutes une conception personnelle des mathématiques. Bernard Charlot (1978) les résume à trois conceptions épistémologiques différentes: les «mathématiques du ciel» (selon l'expression du philosophe des sciences Jean T. Desanti, 1968), c'est-à-dire perçues comme étant des structures existantes en soi, les «mathématiques de la terre» perçues comme étant la structure du monde naturel ou social, et les mathématiques perçues comme instruments, comme une création.

La pédagogue ou le pédagogue investi de la première conception, la plus répandue, cherche à présenter le «monde des mathématiques» comme existant indépendamment de notre esprit, lequel doit être formé à celles-ci. Selon la deuxième conception, les mathématiques existent dans les choses elles-mêmes. En les manipulant concrètement, l'enfant finira bien par s'approprier les éléments mathématiques qu'elles contiennent. Il suffit d'y mettre le temps. Selon la dernière conception, les mathématiques n'ont pas été découvertes, elles ont été créées, inventées. Elles sont une métaphore du monde réel, parmi d'autres! Lorsque je peins un paysage, je le transforme: j'interprète la réalité que je perçois. À leur manière, les mathématiques sont des outils d'interprétation de la réalité.

La conception des mathématiques véhiculée dans le nouveau curriculum est celle qui correspond le plus à la façon dont les mathématiques se sont toujours faites, et non pas celles qui sont actuellement majoritairement transposées dans les écoles, soit celle «de mathématiques toutes faites, et non de mathématiques à faire», pour reprendre l'expression de Maurice Glaymann (1979). Dans cet esprit d'une conception utilitaire des mathématiques, l'idée de modèle est centrale. Le mathématicien, la mathématicienne, selon cette conception, sont de véritables constructeurs de modèles, dans le but de mieux appréhender la réalité, autrement dit pour résoudre des problèmes que cette réalité nous pose. Une mathématique qui ne serait qu'un jeu de l'esprit sans connotations utilitaires, ne survivrait pas longtemps, en tout cas pas à l'école. Les situations-problèmes proposées par les enseignants et les enseignantes, et les projets que réaliseront les élèves, seront les contextes qui permettront aux élèves de travailler cette modélisation mathématique. (Pallascio 1997: 27)

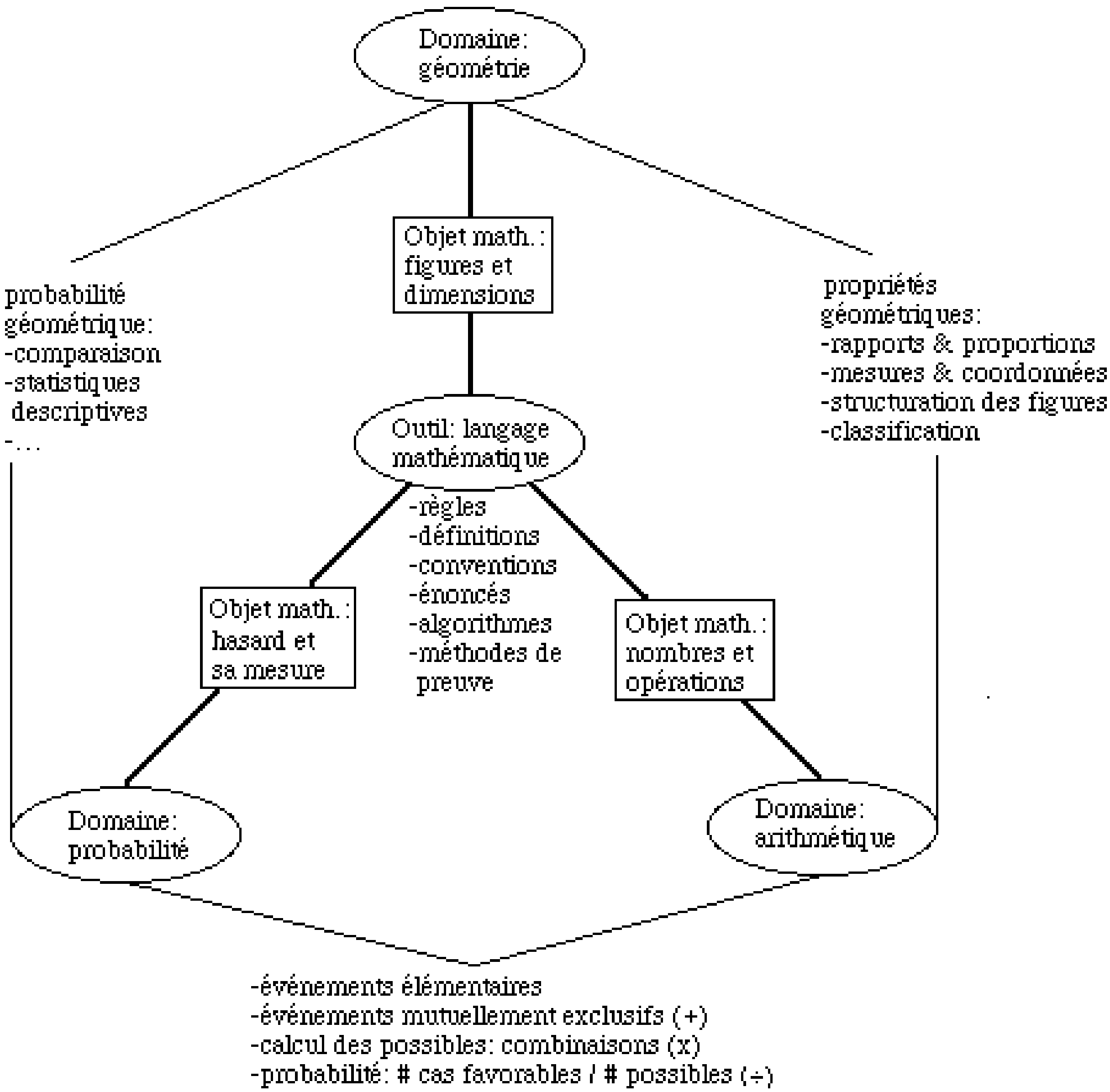
1.2 **Les domaines mathématiques**

Trois domaines mathématiques sont explorés à l'école primaire. Un quatrième s'ajoute au secondaire, à savoir l'algèbre, alors qu'un cinquième s'ajoute au collégial, à savoir l'analyse mathématique. Ces parties des mathématiques s'ajoutent au moment où les jeunes possèdent les structures intellectuelles nécessaires pour les aborder: les relations entre plusieurs variables simultanées, en ce qui concerne l'algèbre, et le passage à la limite, en ce qui concerne l'analyse. Les domaines explorés au primaire sont l'arithmétique, la géométrie et la probabilité, domaines qu'il ne faut pas confondre avec leurs objets principaux, lesquels sont respectivement les nombres et les opérations, les figures et le concept de dimension, et le concept de hasard et sa mesure. Évidemment, ces domaines sont connectés (voir la figure 1).

De plus, les mathématiques ne sont pas qu'un langage, celui utilisé par les sciences. Les mathématiques ont aussi un langage, constitué de définitions (comme dans un dictionnaire), de conventions, d'algorithmes facilitant les opérations, de règles (une syntaxe) permettant de construire des énoncés, des phrases mathématiques, des conjectures, lesquelles vont devenir éventuellement des théorèmes si elles subissent avec succès l'épreuve de la démonstration, etc.

Figure 1:

Articulation des domaines mathématiques élémentaires

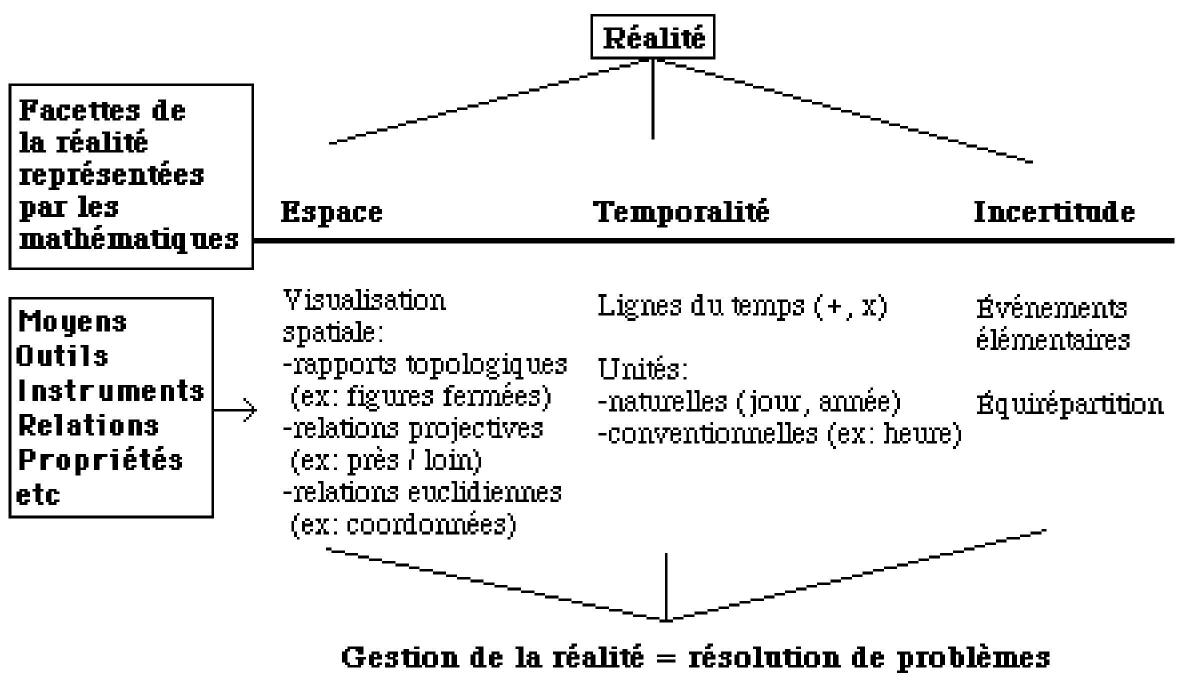


1.3 **Les mathématiques et la réalité**

Si les mathématiques forment une métaphore de la réalité, il y en a d'autres, de nature linguistique (les langues), scientifique (les sciences), historique (l'histoire), géographique (la géographie), kinanthropologique (les mouvements du corps), artistique (les arts), éthique (les conduites morales), etc. Parmi les facettes de la réalité qui sont représentables et représentées par les mathématiques élémentaires, on retrouve principalement l'espace, le temps et l'incertitude.

Pour interférer avec cette partie de la réalité, les mathématiques proposent des objets, des moyens, des outils, des instruments, identifient des relations, des propriétés, etc., permettant de résoudre des problèmes, le plus souvent partiellement de nature mathématique, d'où les situations-problèmes plus larges proposées dans le nouveau curriculum, et ainsi d'offrir aux êtres humains certaines possibilités pour gérer cette réalité.

Figure 2:
Articulation des mathématiques élémentaires avec la réalité



1.4 **Une approche des apprentissages mathématiques**

Dans une activité mathématique, le premier niveau de l'apprentissage, celui de la connaissance empirique, correspond à une phase d'**exploration**, que l'on peut facilement associer au jeu, à des manipulations d'objets concrets. Par des activités de manipulation, des essais, des discussions, les enfants accumulent des souvenirs. Ils peuvent déjà découvrir, expérimentalement, certains résultats.

Petit à petit, ces questions et la recherche de leurs solutions vont permettre aux enfants de passer à un niveau supérieur, celui de la connaissance intellectuelle, actualisée par une phase de **résolution de problèmes**, où ils peuvent réfléchir sur leurs résultats, chercher d'autres possibilités, exprimer leurs démarches, interpréter leurs résultats...

La résolution de ce type de problèmes permet à l'élève de passer à un autre niveau, celui de la connaissance rationnelle, qui correspond dans l'activité mathématique, à la **preuve**, à la justification de ses résultats. Ici les enfants sont amenés à se demander si leurs méthodes et leurs résultats sont généralisables, si ce qu'ils ont trouvé est toujours vrai, s'ils ont considéré tous les cas possibles, et même, avec le temps, si les mathématiques, avec son langage et ses méthodes, ne leur permettraient pas de les décrire avec plus d'exactitude et de cohérence.

Enfin, en utilisant leurs découvertes et jusqu'à un certain point leurs inventions, les enfants peuvent effectuer certains liens avec la **réalité**, dans divers prolongements, lieu d'une connaissance responsable, qu'une pédagogie du projet, par exemple, permet justement de mettre en application. (Pallascio, 1997: 11-15; Angers et Bouchard 1985, 1990)

1.5 **Un survol du programme d'étude à travers des exemples**

L'appropriation des objets mathématiques à travers leur apprentissage, leur conceptualisation, leur construction en terme de représentations mentales, suit un certain parcours de nature cognitive. Bien souvent, il peut paraître surprenant de voir apparaître tel concept à tel âge. Mais encore faut-il examiner le niveau d'appropriation. Prenons par exemple, l'opération de multiplication.

La première étape (voir le tableau 1) consiste à donner un sens à cet objet mathématique. Un sens possible que peut prendre cette opération est celui d'une combinaison. Dès la maternelle, un enfant peut dessiner les différentes façons d'habiller une poupée s'il dispose de 3 chemisettes de couleurs différentes et de 2 chapeaux de formes différentes, et ainsi percevoir qu'il est en train d'effectuer une opération différente de la «mise ensemble» de ces objets, laquelle peut donner un sens à l'opération d'addition.

Objets mathématiques	**I - Sens**	**II - Opérativité**	**III - Application**
	(NB: il peut y en avoir plusieurs)	**(algorithmes personnels)**	**(algorithmes conventionnels)**
Nombres	Quantification	Symbolisation	Cardinalité
			Ordinalité
Naturels	Comptage	Dénombrement	Numération positionnelle
Opération	Mise ensemble	Groupement	algorithme
d'addition			d'addition
Opération	Prélèvement	Retrait	algorithme
de soustraction			de la soustraction
Opération	Combinaison	Arborescence	*algorithme*
de multiplication			*de la multiplication*
Opération	Partage	Répartition	*algorithme*
de division			*de la division*
Écriture	Comparaison	*Rapport*	*a / b*
fractionnaire	partie / tout		
Mesure	Subdivision en	Unités non	*Unités conventionnelles*
	parties égales	conventionnelles	
Figures	Subdivision des espaces 2D et 3D	Critères de classification	*Opérations de transposition...*
géométriques			
Probabilités	Incertitude	*Estimation*	*# cas favorables /*
	Possibles		*# cas possibles*
Statistiques	Enquête	Mise en ordre de données	*Représentation graphique*

Tableau 1: Évolution d'une mathématisation dans l'esprit humain

Légende: les fonctionnalités en italique ne sont pas amorcées au 1er cycle

La deuxième étape est d'envisager une approche personnelle pour gérer cette opération. Souvent, les élèves vont avoir recours à une addition répétée, un modèle parmi tant d'autres. Il n'y a pas de problème à utiliser une telle représentation mentale de la multiplication, même si celle-ci ne fonctionnera plus avec d'autres nombres que les naturels, à la condition que l'élève ne confonde pas le modèle avec l'opération (Pallascio 1991).

Enfin, la troisième étape concerne l'apprentissage de l'algorithme conventionnel permettant d'effectuer efficacement des multiplications.

2. **La logique des compétences**

2.1 **Une contextualisation des apprentissages par compétences**

Le programme s'inscrit dans une logique de compétences. Une de ses finalités est alors de permettre aux élèves de devenir “ compétents ” à différents niveaux de leurs apprentissages scolaires: à un niveau transversal et à un niveau disciplinaire. Le nouveau programme articule étroitement l'un et l'autre de ces deux niveaux aux domaines de vie de l'élève à travers des activités d'intégration.

Mais, dans ce contexte, quand peut-on dire d'un élève qu'il est compétent ?

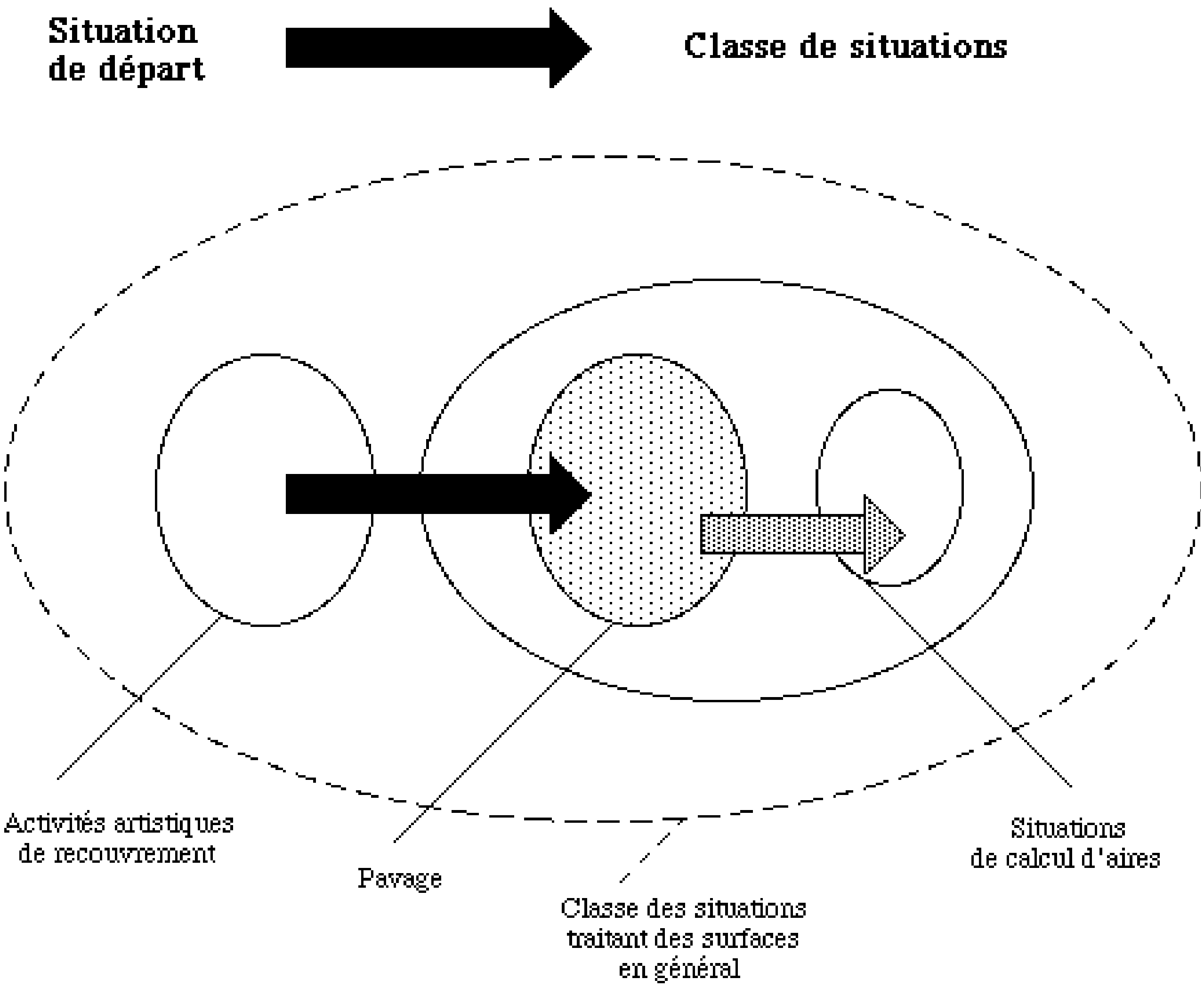
On dira d'un élève qu'il est compétent dans une situation donnée s'il a pu mobiliser avec pertinence une série de ressources (cognitives, affectives et contextuelles), les articuler entre elles et traiter avec succès la situation à laquelle il est confronté (Perrenoud 1995; Perrenoud 1998; Rey 1996; Jonnaert et Vander Borght 1998), et, par la suite transférer cette compétence à un ensemble plus vaste de situations. *Par exemple*, les premières activités de recouvrement par l'élève au premier cycle, se réalisent souvent dans une perspective artistique de dessin ou de bricolage. L'élève est amené à recouvrir une feuille de dessin avec des feuilles d'arbres qu'il a ramassées dans la cour de l'école. Il organise ces feuilles d'arbre entre elles en fonction de critères tels la couleur ou la taille des feuilles. Lorsqu'il a terminé son recouvrement, il regarde sa réalisation qu'il trouve jolie ou non. Mais, ces premiers recouvrements que nous appelons ultérieurement *activités de pavage*[1] préparent directement la notion de calcul de l'aire d'une surface donnée. Le

[1] Le pavage est l'activité de recouvrement du plan sans chevauchement ni trou; nous distinguons plusieurs types de pavage en géométrie (le pavage polygonal, le pavage uniforme, le pavage périodique, le pavage régulier, le pavage semi-régulier, le pavage dual). Les premières activités de recouvrement avec des étalons informels (des feuilles d'érables par exemple) ne permettent pas un pavage au sens strict du terme, il y a des “ trous ” entre les feuilles et certaines feuilles se superposent entre elles, ces activités de recouvrement permettent toutefois à l'élève d'approcher l'idée de pavage et ultérieurement celle de mesure de surface et d'aire.

transfert des compétences de l'élève du *pavage* au *calcul de l'aire* s'effectue entre des situations qui appartiennent à une même "classe de situations".

Figure 3:

Vers les classes de situations



Légende: Vers les classes de situations:

Partir d'une situation particulière, pour arriver à une classe de situations pouvant être traitée à l'aide du concept, de la procédure, de la théorie, etc., des mathématiques découvertes au cours de l'apprentissage.

Même si elles semblent très éloignées, très différentes, nous pouvons dire que les *situations de recouvrement*, les *situations de pavage* et les *situations de calcul d'aires* sont tout autant inscrites les unes que les autres dans la grande classe des situations relatives aux surfaces et à leur mesure. Ce qui change essentiellement est le contexte, dans un premier temps l'élève a réalisé des recouvrements dans une perspective artistique de dessin ou de bricolage, dans un second temps il réalise des pavages au sens strict du terme pour arriver finalement au calcul des aires dans une perspective mathématique. Mais, dans tous les cas, son activité sur les surfaces est contextualisée dans une situation donnée. Dans ces contextes particuliers, il développe des compétences d'abord très spécifiques qui deviendront progressivement des compétences plus larges, intégrant et articulant entre elles celles que l'élève a développées dans ces contextes particuliers.

On comprend dès lors qu'une compétence est toujours fonction de la situation particulière dans laquelle elle est mise en oeuvre par l'élève et de l'ensemble des situations qu'elle permet, ultérieurement, de traiter (cet ensemble devient alors une “classe de situations”: Vergnaud 1996).

Les deux niveaux de compétence, celui de la *situation particulière* et celui de la *classe de situations*, correspondent à deux des niveaux de compétence définis dans le programme: les compétences *transversales* et les compétences *disciplinaires*. Une compétence est transversale si elle permet de traiter une ou plusieurs classes de situations. Pour développer une compétence de façon aussi large, l'élève doit d'abord la construire dans un contexte plus restreint. Ce contexte plus restreint est celui des apprentissages disciplinaires et donc des compétences disciplinaires. Bien sûr, inscrits dans des *projets* interdisciplinaires, d'entrée de jeu ces apprentissages mathématiques trouvent leur articulation à d'autres disciplines et leur ancrage dans des *domaines de vie*. Mais, ces situations doivent aussi, dès le départ, mettre les apprentissages en perspective. En ce sens, l'élève doit comprendre qu'avec ce qu'il découvre il pourra faire beaucoup plus que ce qu'il ne fait maintenant.

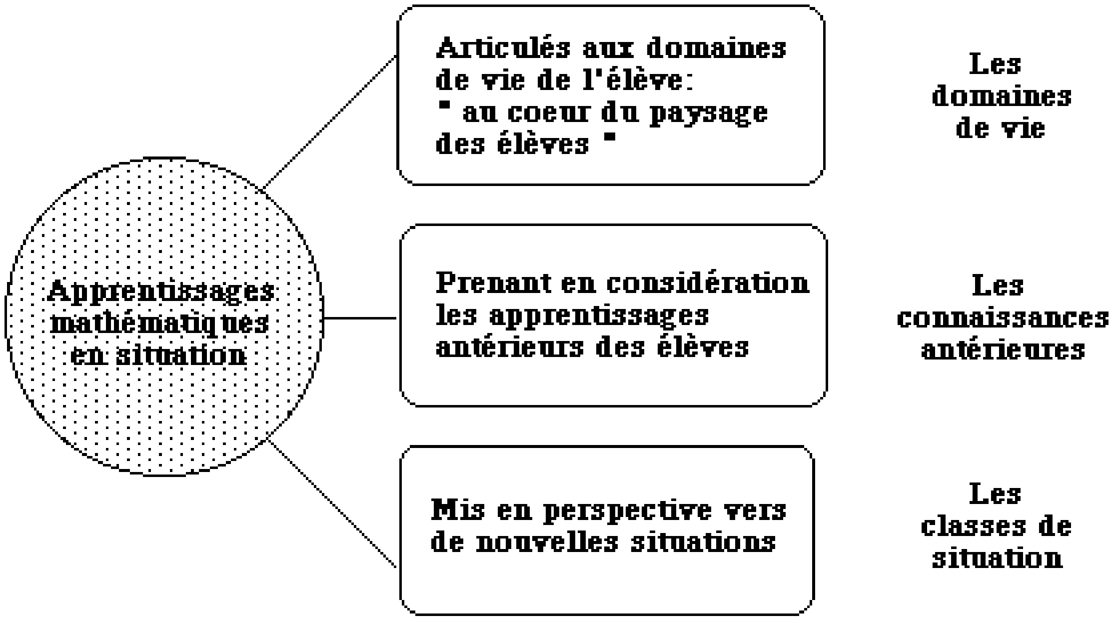
Une des principales caractéristiques de ces apprentissages est donc d'être largement contextualisés. Ainsi, les apprentissages mathématiques ne sont plus dépourvus de signification pour l'élève car la situation à laquelle ils sont confrontés apporte sans cesse le sens aux contenus mathématiques qu'ils découvrent. Bien plus, la situation actuelle le met en perspective vers de nouvelles situations qu'il pourra traiter. Il s'agit là d'un des apports essentiels de l'approche par compétences: "mettre les apprentissages en situation, mais aussi en perspective".

Ces deux niveaux de compétence s'articulent donc sans cesse entre eux tout en s'inscrivant dans des projets et des domaines de vie. Il s'agit donc bien, à travers une telle approche, de permettre à l'élève de développer des compétences et de construire des connaissances mathématiques qui ont du sens pour lui. Comme le souligne Rouche (1991: 149), nous devons arriver à situer notre enseignement des mathématiques "*au coeur même du paysage des élèves*" des notions qui leur sont familières et qu'ils puisent dans le quotidien ou dans leur apprentissage mathématique antérieur. Car c'est seulement dans ce paysage que leur pensée peut former des projets, trouver de l'inspiration et des recours en cas de panne.

L'approche par compétence permet donc, à la fois d'inscrire les apprentissages mathématiques dans des situations, de les articuler aux domaines de vie de l'élève, de prendre en considération les apprentissages mathématiques antérieurs réussis dans d'autres situations et de les mettre en perspective vers de nouvelles situations.

Figure 4:

Les ancrages des apprentissages mathématiques en situation.



Légende: Les ancrages des apprentissages mathématiques en situation.

Un apprentissage mis en situation est articulé à la fois aux domaines de vie de l'élève et à ses connaissances antérieures, mais il est aussi mis en perspective vers de nouvelles situations appartenant à la même classe de situations.

Des situations de plus en plus larges.

Les compétences acquises dans une situation donnée doivent se transférer vers de nouvelles situations. Ainsi, lorsque dans une situation donnée un élève reconnaît la nécessité d'utiliser un raisonnement proportionnel, il doit aussi pouvoir utiliser ce type de raisonnement dans de nouvelles situations et finalement dans un vaste ensemble de situations qui nécessitent ce type de raisonnement.

Partant de compétences disciplinaires, inscrites dans des situations uniques, l'élève développe des compétences transversales lui permettant d'utiliser ces compétences disciplinaires dans des réseaux larges de situations. Mais, ce transfert n'est possible que si l'élève établit sans cesse des liens avec les apprentissages antérieurs et les situations dans lesquelles il a travaillé et avec d'autres situations plus vastes dans lesquelles il pourra travailler ultérieurement. Cette idée très ancienne (Ausubel 1963) est à la base de l'approche par compétences. À défaut d'établir des liens, les apprentissages ne quittent pas la sphère scolaire. Ce fut malheureusement le cas de beaucoup de concepts mathématiques pour lesquels l'élève n'a trouvé d'autre utilité que celle de réaliser les exercices à l'école. Au primaire, les fractions ont ce statut de "savoir strictement scolaire", alors que dans la vie quotidienne elles apparaissent sans cesse. Un savoir qui ne quitte pas la sphère de l'école devient rapidement obsolète. Au contraire, un savoir que l'élève parvient à utiliser hors de sa classe se développe et devient utilisable dans un nombre de plus en plus important de situations. *Par exemple*, lorsqu'un élève du premier cycle, au début de ses apprentissages mathématiques, reconnaît dans les magasins les nombres qu'il a appris à l'école, il passe des compétences disciplinaires à des compétences transversales par l'élargissement des situations dans lesquelles il utilise ce qu'il a appris.

Les niveaux de compétences s'imbriquent donc toujours et l'élève passe sans cesse de l'un à l'autre. Par ailleurs, inscrites dans des projets, les situations proposées aux élèves sont d'emblée mises en perspective vers des ensembles plus vastes de situations. Enfin, inscrits dans des domaines de vie et articulés aux apprentissages antérieurs, les activités mathématiques proposées aux élèves doivent les aider à construire le sens des contenus mathématiques à l'école et hors de l'école.

Les compétences transversales, dans le programme, sont d'ordre intellectuel, méthodologique, personnel, social et de l'ordre de la communication. Elles s'articulent aux compétences disciplinaires et aux domaines de vie.

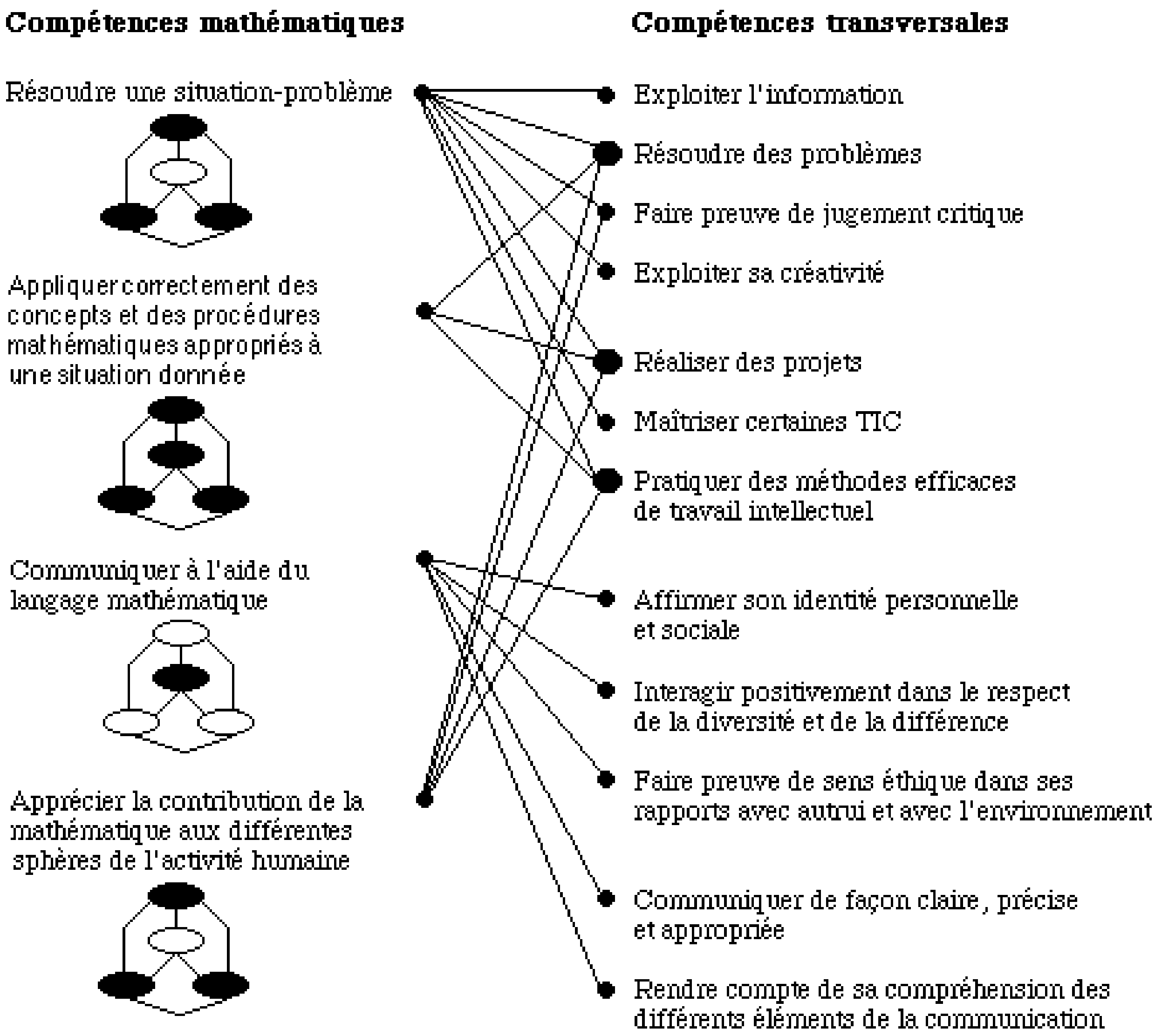
Le premier niveau des activités passe par le développement progressif de compétences disciplinaires. Le nouveau programme les définis à quatre niveaux: (1) résoudre des situations-problèmes, (2) déployer un raisonnement mathématique par l'utilisation de concepts, de réseaux de concepts et des procédures mathématiques dans des situations variées, (3) communiquer à l'aide du langage mathématique et (4) apprécier la contribution des mathématiques dans les différentes sphères de l'activité humaine. Par ces quatre niveaux de compétence, une orientation très large est donnée à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques. Si la première compétence permettra à l'élève de devenir un véritable "résolveur" de problèmes la quatrième compétence lui permettra de découvrir les mathématiques et leur évolution à travers l'histoire. Ces quatre niveaux de compétence n'ont cependant de sens que s'ils sont construits dans une perspective de compétences transversales. Le nouveau programme, par sa structure, permet d'éviter aux compétences de se replier sur elles-mêmes, elles sont sans cesse mises en interactions et en perspective.

2.2 **Les compétences mathématiques et transversales**

Les compétences mathématiques et les compétences transversales ont des liens, bien que certaines compétences transversales soient naturellement davantage concernées par l'activité mathématique. Les deux premières compétences mathématiques, de même que la dernière, ont des occurrences évidentes avec les compétences transversales d'ordre intellectuel et méthodologique, en particulier "résoudre des problèmes", "réaliser des projets" et "pratiquer des méthodes efficaces de travail intellectuel" (voir la figure 5), alors que la troisième compétence, "communiquer à l'aide du langage mathématique" a évidemment des occurrences avec les autres compétences transversales, celle d'ordre personnel et social, et celle de l'ordre de la communication, faisant appel davantage aux compétences argumentatives liées au langage mathématique lui-même qu'aux domaines mathématiques spécifiques.

Figure 5:

Articulations des compétences mathématiques et transversales



Légende: les petits schémas font référence aux domaines de la figure 1

2.3 **Les compétences mathématiques**

Les compétences disciplinaires sont subdivisées à leur tour en capacités et en habilités. Le niveau des habilités étant finalement celui des gestes concrets et ponctuels de l'élève en classe face à des parties de la situation à laquelle il est confronté. Au niveau des capacités, l'élève articule plusieurs habiletés entre elles pour finalement regrouper un ensemble de capacités en compétence. Il s'agit donc d'un fonctionnement progressif en enchaînement d'habiletés en compétences et de compétences disciplinaires en compétences transversales.

Nous n'allons pas réécrire en ces lignes le contenu des pages du programme. Nous allons simplement montrer des liens qui s'établissent entre ces compétences disciplinaires en partant de la compétence 1, résoudre une situation-problème.

Description de la compétence 1, ses capacités et ses habiletés: “résoudre un problème”

La première compétence, résoudre un problème, s'élabore en permettant à l'élève de construire cinq catégories de capacités: (1) *décoder* les éléments de la situation-problème, (2) *modéliser* la situation-problème, (3) *appliquer* différentes stratégies en vue d'élaborer une solution, (4) *valider* une solution découverte, (5) *partager* l'information relative à la solution.

Le nouveau programme propose donc que l'élève développe ces 5 capacités pour résoudre un problème. Nous avons développé ces capacités en respectant le contenu du programme et les illustrons ensuite par un exemple d'aide-mémoire proposé aux élèves lorsqu'ils sont confrontés à des situations- problèmes à traiter. Évidemment, l'élève ne doit pas, en quelques séances d'apprentissage, développer en une fois et de façon décontextualisée, ces capacités liées à la résolution de problèmes. Ces dernières seront d'autant plus opérationnelles qu'elles sont apprises en situation et en liens étroits avec les autres compétences du programme, les domaines de vie de l'élève et en les inscrivant dans des projets.

Le tableau suivant reprend les 5 catégories de capacités et les illustre par des habiletés que l'élève peut facilement réaliser en situation.

1. Décoder la situation:
- *raconter* la situation avec ses mots
- *vérifier* sa compréhension de tous les éléments de la situation
- *rechercher* de l'information complémentaire pour bien comprendre toute la situation
- *raconter* à nouveau la situation avec ses mots, mais sans hésiter cette fois
- *expliquer* pourquoi, dans cette situation, une difficulté est rencontrée
- *formuler* cette difficulté sous la forme d'une question
- *préciser* son idée de solution (hypothèse) : dire ce qui, à son avis, pourrait être une réponse à cette question
- *confronter* son idée à celles des autres : écouter les idées de solution des autres élèves
- *comparer* son idée de solution à celles des autres élèves
- *choisir* collectivement l'idée de solution à laquelle travailler

2. Modéliser la situation
- *comparer* la situation à d'autres situations auxquelles elle ressemble
- *représenter* la situation par des objets, un dessin, un schéma, une image, etc.
- *exprimer* la situation par des mots, un mime ou une saynète

3. Appliquer différentes stratégies en vue d'élaborer une solution
- *préciser* ce qui devrait être fait pour atteindre cette solution
- *vérifier* si la démarche proposée permet bien de répondre à la question posée
- *organiser* les étapes de la démarche de solution
- *identifier* toute l'information utile à la démarche
- sélectionner les données pertinentes dans la situation
- *rechercher* d'autres informations utiles hors de la situation, par exemple des prix dans un catalogue
- *organiser* toutes les données
- *appliquer* la démarche avec les données sélectionnées

4. Valider la solution
- *vérifier* le résultat de chaque opération posée
- *organiser* les résultats en fonction de la question posée
- *vérifier* si les résultats permettent de répondre à la question posée
- *vérifier* l'exactitude des résultats des opérations
- *vérifier* si la réponse apportée a du sens

5. Partager l'information
- *communiquer* sa solution aux autres
- *écouter* d'autres solutions
- *accepter* d'autres points de vue que le sien
- *analyser* différents points de vue
- *critiquer* différents points de vue
- *accepter* qu'une même situation-problème puisse présenter des solutions différentes
- *faire des choix*

L'ensemble de ces capacités et habiletés peut être traduit en une série de fiches aide-mémoire dont dispose l'élève ou qu'il se construit lui-même pour traiter une situation-problème. Dans cette perspective l'élève est dans une démarche de construction de la compétence “ résoudre des problèmes ”.

Exemples de fiches aide-mémoire construites à partir des contenus du programme, ce type de fiche s'inscrit dans une démarche limitée d'apprentissage de la démarche de résolution de problèmes pour elle-même.

Pour résoudre un problème ...

(1) Tu décodes bien la situation:
- raconte la situation avec tes mots
- vérifie si tu comprends tous les éléments de la situation
- recherche de l'information complémentaire pour bien comprendre toute la situation
- raconte à nouveau la situation avec tes mots, mais sans hésiter cette fois

(2) Tu poses au moins une question:
- explique pourquoi, dans cette situation, tu rencontres une difficulté
- formule cette difficulté sous la forme d'une question

(3) Tu précises ton idée de solution:
- dis ce qui, à ton avis, pourrait être une réponse à cette question

(4) Tu confrontes ton idée à celles des autres:
- écoute les idées de solution des autres élèves
- compare ton idée de solution à celles des autres élèves
- choisissez ensemble l'idée de solution à laquelle vous pourriez tous travailler

(5) Tu représentes la situation:
- compare la situation à d'autres situations auxquelles elle ressemble
- représente la situation par des objets, un dessin, un schéma, une image, etc.
- exprime la situation par des mots, un mime ou une saynète

(6) Tu précises une démarche:
- précise ce que tu devrais faire pour atteindre cette solution
- vérifie si la démarche proposée permet bien de répondre à la question posée
- organise les étapes de ta démarche de solution

(7) Tu choisis les bonnes informations:
- identifie toute l'information utile à la démarche
- sélectionne les données pertinentes dans la situation
- recherche d'autres informations utiles hors de la situation, par exemple des prix dans un catalogue
- organise toutes les données

(8) Tu résous le problème:
- applique la démarche avec les données sélectionnées)
- vérifie le résultat de chaque opération que tu poses
- organise tes résultats en fonction de la question posée

(9) Tu fais la preuve:
- vérifie si tes résultats permettent de répondre à la question posée
- vérifie l'exactitude des résultats de tes opérations
- vérifie si la réponse que tu apportes à du sens

(10) Tu expliques la démarche que tu as suivie et tu établis des liens entre ces différentes étapes

Au-delà d'un apprentissage strict de la démarche de résolution de problème, l'élève l'utilise sans cesse en articulation avec les autres compétences disciplinaires et les capacités qui les sous-tendent.

Finalement, ces quatre niveaux de compétence disciplinaires en mathématiques s'articulent sans cesse et ne peuvent s'isoler pour fonctionner sur eux-mêmes. L'apprentissage de la résolution de problèmes n'a donc de sens que s'il sert à travailler les autres niveaux de compétence.

Par exemple, au premier cycle, une enseignante a demandé à ses élèves de réaliser une enquête sur les moyens de transport que les enfants prennent chaque jour pour arriver le matin à l'école. Au cours de ce travail, les élèves doivent (1) *préparer l'enquête* (quelles questions poser, à qui les poser, quand les poser, etc.), (2) *réaliser l'enquête* (comment prendre note de l'information, comment ne rien oublier, etc.), (3) *organiser les résultats* de l'enquête (comment organiser l'information, comment vérifier l'exactitude de l'information, etc.), (4) *communiquer l'information* (sous quelle forme présenter l'information, comment expliquer les résultats de l'enquête, etc.). À chacun des points de la réalisation de la tâche, l'élève doit faire appel à des niveaux de compétence différents.

Si nous acceptons que, par ce travail, l'élève s'inscrit dans une démarche de résolution de problèmes (compétence en caractère gras dans le tableau ci-dessous), dès que nous analysons la tâche que réalise l'élève, nous sommes contraints de constater qu'il fait aussi appel à d'autres niveaux de compétences.

Activité a. Dans l'exemple ci-dessus, lorsque l'élève organise ses données dans un tableau à double entrée et qu'il se pose des questions à propos des catégories qu'il a retenues pour organiser ce tableau (venir à l'école à pieds ; venir à l'école en bicycle ; venir à l'école en voiture ; venir à l'école en autobus ; venir à l'école en motocyclette ; venir à l'école à cheval ; venir à l'école en avion ; venir à l'école en bateau ; venir à l'école en train ; venir à l'école en kayak ; etc.), il va bien au-delà de la simple résolution de problèmes. Triant des catégories pour ne retenir que celles qui sont pertinentes, il se pose comme question à propos de chacune d'elles : “ est-ce que cette catégorie est probable ou non avec les élèves de ma classe ”. Il travaille déjà sur des phénomènes qui “ peuvent ou non se produire ”, et donc sur des phénomènes aléatoires. Nous sommes, à ce niveau, dans la compétence 2 (**déployer un raisonnement mathématique**) dans laquelle il travaille la capacité relative à l'organisation des données d'un sondage.

Activité b. Dans cette même situation, lorsque l'élève recherche comment présenter au mieux les résultats de son enquête à l'ensemble de la classe, il travaille plutôt au niveau de la compétence 3 (**communiquer à l'aide du langage mathématique**) dans laquelle il travaille la capacité relative à la transmission d'un message à caractère mathématique.

À l'analyse des différentes activités de l'élève nous retrouvons l'ensemble des compétences (1 à 4) articulées entre elles à l'intérieur d'un même ensemble d'activités coordonnées dans un projet. Il est évident que certaines compétences sont majeures au cours d'une même activité, d'autres mineures. Dans l'exemple présenté ci-dessus, la compétence 1 est majeure, elle est cependant soutenue par les compétences 2 et 3.

	compétence 2: déployer un raisonnement mathématique	compétence 3 : communiquer à l'aide du langage mathématique

compétence 1 : **Résoudre des problèmes**	activité a : appliquer une démarche statistique dans l'étude d'une population : recueillir, décrire et présenter les données d'un sondage	activité b : transmettre des messages à caractère mathématique : exprimer ses idées mathématiques et les défendre ; utiliser un vocabulaire se rapprochant le plus possible du sens mathématique.

Si le programme présente, en mathématiques, quatre (4) compétences disciplinaires, ces dernières sont forcément solidaires entre elles et ne peuvent pas se développer exclusivement pour elles-mêmes, même si certains apprentissages doivent en permettre le développement spécifique.

Enfin, ces compétences sont inscrites dans les domaines de vie de l'élève.

2.4 Les compétences liées aux domaines de vie

Le nouveau programme suggère d'inscrire les apprentissages et l'ensemble des activités scolaires dans les domaines de la vie de l'élève. Au minimum, le nouveau programme propose aux enseignantes et aux enseignants de rattacher les activités des élèves à 8 domaines de vie particuliers. Au cours de la lecture et de l'analyse du nouveau programme, il faut bien comprendre qu'il ne s'agit pas d'enfermer la vie des élèves dans un carcan constitué de huit catégories fermées et mutuellement. Au contraire, les huit domaines de vie définis dans le programme sont ouverts. Ils permettent leur élargissement au contexte réel de la vie de l'élève. La vie des élèves ne se met pas en boîte, ce n'est pas le propos du programme. Au contraire, il s'agit, comme le dit Rouche (1988), de placer les activités scolaires " au coeur des paysages des élèves ", à défaut, comment leur construire du sens? C'est bien là la perspective des domaines de vie.

Le nouveau programme énonce huit domaines de vie: (1) *vision du monde et identité personnelle*, (2) *santé et bien-être*, (3) *orientation personnelle et professionnelle*, (4) *développement sociorelationnel*, (5) *environnement*, (6) *vivre-ensemble et citoyenneté*, (7) *médias*, (8) *consommation*. Cette liste ne nous semble pas exhaustive, il serait toutefois, dans un document officiel, difficile de définir tous les domaines de vie possibles. D'une communauté culturelle à une autre, ces derniers peuvent varier. Il s'agit donc, sur base des propositions du programme, de rechercher sans cesse, comment articuler aux activités scolaires les questions et les problèmes reliés aux domaines de vie contextualisé dans l'environnement même de l'école. Pour chacun de ces domaines de vie, le programme énonce des compétences et des capacités. Il s'agit alors de relier ce nouveau type de compétences aux compétences disciplinaires et aux compétences transversales.

Mais, ces compétences liées aux domaines de vie peuvent-elles réellement être articulées aux compétences disciplinaires en mathématiques? Il s'agira, à notre sens, essentiellement, d'une part, d'inscrire les activités scolaires dans des *projets* et, d'autre part, de susciter des *démarches réflexives* chez l'élève sur ses propres activités. *Par exemple*, si à l'intérieur d'un ensemble d'activités reliées à un projet plus vaste, un élève est amené à établir des relevés pluviométriques, au-delà du recueil de données et de leur présentation, une réflexion sur la teneur des pluies acides et de leurs conséquences se situera plutôt du côté des domaines de vie liés à l'environnement que du côté des mathématiques. En ce sens, il s'agira essentiellement de décloisonner les démarches des élèves, de les contextualiser dans des situations, de les inscrire dans des projets et de susciter une démarche réflexive de l'élève sur ses propres activités. En un mot, il s'agit de faire sortir les mathématiques des “ leçons décontextualisées traditionnelles ” pour leur permettre, en contact avec la réalité, de devenir de véritables outils pour appréhender, comprendre et analyser de façon critique le monde.

Par exemple, concernant le thème “Vision du monde et identité personnelle”, voici quelques idées pouvant lier ce thème au domaine math-sciences.

Le domaine des sciences et des mathématiques contribue également è cette construction d'un modèle du monde. Une grande partie du travail des mathématiciens, des scientifiques et des technologues consiste à mettre au point et à rendre optimaux (Lliboutry, 1985) des modèles en vue soit d'expliquer des phénomènes, soit d'en prévoir le déroulement ou, encore, de planifier des expérimentations qui, rétroactivement, fourniront l'information nécessaire à la spécification des modèles. Ceux-ci peuvent être de natures diverses allant du plus concret au plus abstrait. Ainsi en est-il par exemple des types de modèles suivants (Guibert et Osborne, 1980):
-modèle iconique: réductions à l'échelle, photographies...;
-modèle analogique: simulations, représentations cybernétiques...;
-modèle formel: programmes d'ordinateur, systèmes d'équations mathématiques...;
-modèle théorique: systèmes de principes et de relations abstraites.

Mais, en tout état de cause, il s'agit dans chaque cas d'élaborer une représentation du réel au cours de laquelle on opère des réductions et des simplifications qui permettent par voie de comparaison et d'analogie, de rendre compte des phénomènes. Par exemple, on étudiera le comportement des gaz à l'aide du modèle corpusculaire, celui de la matière à l'aide du modèle atomique, celui de la transmission héréditaire à l'aide du modèle de l'ADN, celui des systèmes météorologiques à l'aide de modèles simulés sur ordinateur, celui de l'espace à l'aide de divers systèmes géométriques... Ainsi, contrairement à la croyance populaire, mathématiciens, scientifiques et technologues ne travaillent pas directement sur les phénomènes dont la complexité est souvent a priori rebutante, mais plutôt sur des modèles qui permettent "... de traduire les questions difficiles concernant le phénomène en questions plus faciles qui concernent le modèle" (Régnier, 1974), ce qui, cela va de soi, indique bien que la connaissance produite n'est jamais complétée. Or, la prise de conscience de celle-ci constitue une condition nécessaire à une appréciation critique des savoirs produits par les mathématiques, les sciences et les technologies.

Par exemple, en mathématiques, quand on travaille le sens spatial, on développe sa représentation spatiale, c'est-à-dire sa capacité à intérioriser de façon qualitative un modèle spatial par l'analyse et la synthèse de ses propriétés géométriques, et d'effectuer des opérations mentales sur ce modèle.

Plusieurs métiers et professions requièrent une bonne perception et une bonne représentation spatiale: opérateurs de grue mécanique, designers, architectes, chimistes, cristallographes, etc. De plus chaque citoyen peut bénéficier d'habiletés spatiales développées dans la maîtrise de son environnement: orientation dans l'espace, appréciation de formes modernes, transformation de matériaux (menuiserie, sculpture...), etc. Enfin, au niveau intellectuel, il semble que la compréhension de tout concept s'accompagne d'images spatiales. Par exemple, la plupart des occidentaux conçoivent le temps à l'aide d'une droite ordonnée, où le passé se situe à gauche (les nombres négatifs), le présent à l'origine (le point zéro) et le futur à droite (les nombres positifs). Or le passé n'a rien à voir avec la gauche, ni le futur avec la droite! Mais cette image spatiale permet de se représenter mentalement le concept de temps. On peut supposer que des concepts plus difficiles vont faire appel à une visualisation spatiale plus développée. (Pallascio, 1990)

Dans Jonnaert (1997), les activités que réalisent quatre élèves pour réparer la boîte à suggestions de la classe, décrivent une perspective socio-relationnelle (la boîte à suggestion a une fonction sociale de communication dans la classe), une perspective strictement mathématique (les élèves doivent effectuer une série de mesures très précises pour découper le morceau de planche qui sera exactement à la dimension de l'ouverture de la boîte), ainsi qu'une mise en contexte des activités et des concepts abordés (*par exemple*, les angles mesurés sont exclusivement ceux de l'ouverture de la boîte et leurs correspondants sur la planche découpée, et non des angles décontextualisés dessinés par l'enseignant au tableau). Ce type d'activités articule sans cesse, dans des activités d'intégration, les compétences disciplinaires, les compétences liées aux domaines de vie et les compétences transversales. Mais, c'est aussi par les situations au sein desquelles ces activités se déroulent que le sens des apprentissages est créé. Les domaines de vie ne peuvent donc pas être artificiellement plaqués sur les activités scolaires, ils doivent s'y intégrer car ce sont essentiellement eux qui en donnent la signification pour les élèves. Dans l'exemple évoqué, c'est parce que la boîte à suggestions a, aux yeux de ces quatre élèves, une fonction socio-relationnelle importante dans la vie de la classe, qu'ils se sont décidés à la réparer.

3. **Les activités intégratrices**

On peut discerner deux grandes stratégies pédagogiques en vue d'intégrer les différents ordres de compétences: disciplinaires, transversales et celles liées à des domaines d'expérience de vie. En premier lieu, les stratégies donnant l'initiative à l'enseignante ou à l'enseignant, lequel devra tout de même s'assurer que les élèves puissent s'y investir à leur tour, peuvent être identifiées sous l'idée de situation-problème. En second lieu, les stratégies donnant l'initiative à l'élève lui-même, peuvent être identifiées sous l'égide d'une pédagogie du projet.

3.1 **Les situations-problèmes**

Si on considère l'évolution du concept «problème» dans les programmes de mathématiques depuis les 40 dernières années, on assiste à une lente évolution vers celui de «situation-problème». En 1959, le programme propose de développer chez l'élève des processus pour résoudre des problèmes. La résolution de problèmes y est perçue comme un moyen pour évaluer les connaissances mathématiques acquises et les activités en résolution de problèmes ont pour but de permettre d'acquérir une connaissance expérimentale des idées mathématiques.

En 1970, on recentre l'objectif sur le développement de stratégies de résolution de problèmes dans le but de les appliquer dans de nouvelles situations. En 1980, on parle de développer une habileté générale permettant aux élèves de mathématiser des situations-problèmes. On y distingue alors l'acquisition de contenus mathématiques et le développement de processus de pensée. En 1993, dans des remaniements touchant surtout le secondaire, on insiste sur le fait de développer des processus de résolution de problèmes à toutes les étapes de l'apprentissage et cela dépasse clairement le simple fait d'appliquer des contenus mathématiques dans des problèmes quotidiens. Enfin, en 1999, dans le nouveau curriculum, la résolution de problèmes est clairement identifiée comme une compétence autant mathématique que transversale et les situations-problèmes apparaissent comme étant le véhicule de cet objectif.

Si nous retenons la conception instrumentale des mathématiques (voir le paragraphe 1.1), c'est-à-dire que les mathématiques sont des instruments créés par les êtres humains au fil des années, les situations-problèmes peuvent très bien devenir la pierre angulaire sur laquelle l'enseignante ou l'enseignant va définir ses relations didactiques avec ses élèves. Mais attention à l'ordre dans lequel ces situations-problèmes vont apparaître:

> «Il faut partir d'une *situation-problème* initiale (concrète ou abstraite, selon l'âge de l'élève) et aider l'élève à *inventer* (et non à découvrir) le concept ou la règle qui permet de résoudre la situation-problème. L'élève ne pourra pas inventer n'importe quoi, bien sûr, car la situation initiale, qu'elle soit concrète ou déjà mathématisée, présente des exigences internes. Le rôle de l'enseignant est de placer l'élève, ou le groupe d'élèves, face à une situation potentiellement riche en création d'instruments mathématiques. Cette méthodologie inverse les deux moments canoniques de l'enseignement traditionnel. Le problème précède l'explication notionnelle, au lieu de lui succéder. Une telle pédagogie modifie également d'une façon importante la relation pédagogique: le maître n'est plus celui par qui passe inévitablement toute compréhension mathématique, l'intercesseur obligatoire entre l'enfant et la réalité mathématique; il est celui qui *aide l'élève à acquérir un pouvoir en apprenant à forger, à comprendre et à utiliser des instruments mathématiques.* (Charlot 1978)

Un exemple de situation-problème, paru dans la revue *Vie pédagogique* (Pallascio et al. 1999), est repris en annexe. Les caractéristiques d'une situation-problème (SP), selon Astolfi (1993: 319) sont les suivantes:

1. Une SP est organisée autour du franchissement d'un obstacle par la classe, obstacle préalablement bien identifié.
2. L'étude s'organise autour d'une situation à caractère concret, qui permette effectivement à l'élève de formuler hypothèses et conjectures. Il ne s'agit donc pas d'une étude épurée, ni d'un exemple ad hoc, à caractère illustratif, comme on en rencontre dans les situations classiques d'enseignement (y compris en travaux pratiques).
3. Les élèves perçoivent la situation qui leur est proposée comme une véritable énigme à résoudre, dans laquelle ils sont en mesure de s'investir. C'est la condition pour que fonctionne la dévolution: le problème, bien qu'initialement proposé par le maître, devient alors "leur affaire".
4. Les élèves ne disposent pas, au départ, des moyens de la solution recherchée, en raison de l'existence de l'obstacle qu'ils doivent franchir pour y parvenir. C'est le

besoin de résoudre qui conduit les élèves à élaborer ou à s'approprier collectivement les instruments intellectuels qui seront nécessaires à la construction d'une solution.

5. La situation doit offrir une résistance suffisante, amenant l'élève à y investir ses connaissances antérieures disponibles ainsi que des représentations, de façon à ce qu'elle conduise à leur remise en cause et à l'élaboration de nouvelles idées.

6. Pour autant, la solution ne doit pourtant pas être perçue comme hors d'atteinte pour les élèves, la SP n'étant pas une situation à caractère problématique. L'activité doit travailler dans une zone proximale, propice au défi intellectuel à relever et à l'intériorisation des "règles du jeu".

7. L'anticipation des résultats et son expression collective précèdent la recherche effective de la solution, le "risque" pris par chacun faisant partie du "jeu".

8. Le travail de la SP fonctionne ainsi sur le mode du débat scientifique à l'intérieur de la classe, stimulant les conflits socio-cognitifs potentiels.

9. La validation de la solution et sa sanction n'est pas approchée de façon externe par l'enseignant, mais résulte du mode de structuration de la situation elle-même.

10. Le réexamen collectif du cheminement parcouru est l'occasion d'un retour réflexif, à caractère métacognitif; il aide les élèves à conscientiser les stratégies qu'ils ont mis en oeuvre de façon heuristique, et à les stabiliser en processus disponibles pour de nouvelles SP.

3.2 **La pédagogie du projet**

3.2.1 ***Les projets, des activités humaines quotidiennes***

Une pédagogie du projet permet de passer au travers de l'ensemble du spectre des opérations, de l'expérience de première main et non pas simplement lue dans un bouquin, jusqu'à la prise de décision et l'action portant sur des données réelles, la plupart du temps, et non pas simplement simulées ou artificielles (adapté de Pallascio 1997: ch 3).

Faire des projets, «se projeter», c'est se libérer de l'instant présent, tout en faisant appel à son expérience. Par un projet, une personne peut émerger et dépasser l'instant présent par sa seule pensée, et lui permettre de se voir «actuellement» dans le futur, vision dans laquelle son intelligence lui permet de prévoir à l'avance, dans une certaine mesure. Le projet est à la fois une projection et une réponse à des idéaux qu'une personne peut ressentir intérieurement. La vie est un projet global, inséparable des projets de plus ou moins grande dimension qui peuvent la composer.

Le propre de l'être humain est d'agir, c'est-à-dire de poser un ensemble d'actes où il peut prendre des initiatives et où il a la maîtrise de ses actes. En effet, une personne «agit», lorsqu'elle l'a décidé, lorsqu'elle l'a désiré, lorsque cela lui plaît. Bien sûr, une personne se retrouve avec ses capacités, mais aussi avec ses insuffisances, face à son projet. Même le corps humain est soumis à des contraintes d'espace et de temps. Mais deux facteurs permettent quand même d'évoluer. D'une part, nous subissons tous le rayonnement des autres êtres, par lesquels nous sommes appelés à progresser. D'autre part, la connaissance nous permet d'échapper à plusieurs contraintes. C'est ainsi que le dynamisme de la volonté d'une personne peut permettre de résorber insuffisances et capacités en de nouvelles capacités, et peut évoluer vers une réalisation d'elle-même.

Réaliser des projets devient ainsi une activité humaine qui se vit tous les jours. Vivre, c'est se projeter !

3.2.2 *Les fondements de la pédagogie du projet*

«On n'apprend pas seul» (Crésas 199?). L'entraide collective favorise l'apprentissage des connaissances. La culture et les valeurs qui la soutiennent, permettent l'apprentissage de la vie au sein d'une collectivité. Celle-ci devient éducatrice. Par exemple, de situations conflictuelles, des règles de vie sortiront de façon inéluctable. Mais elles auront l'avantage d'avoir été senties par l'expérience propre des jeunes.

Les jeunes peuvent s'éduquer et s'instruire selon les mêmes normes et au même rythme que l'adulte, c'est-à-dire, lire, expérimenter, réaliser, inventer, créer... et, ce faisant, se saisir de la science et de la culture selon leurs possibilités et leurs besoins. Les enfants peuvent ainsi structurer leur propre connaissance.

Les jeunes peuvent s'affairer à des besognes qui les placent dans la vie et leur donnent l'habitude de l'effort sérieux et productif. Les enfants peuvent apprendre ainsi à faire leur nid, même s'ils ne savent pas le faire parfaitement tout de suite. Le progrès n'évitera jamais aux êtres humains le tâtonnement dans la construction de leur personnalité. Dans une telle perspective, les jeunes sont dans la vie et s'éduquent par la vie.

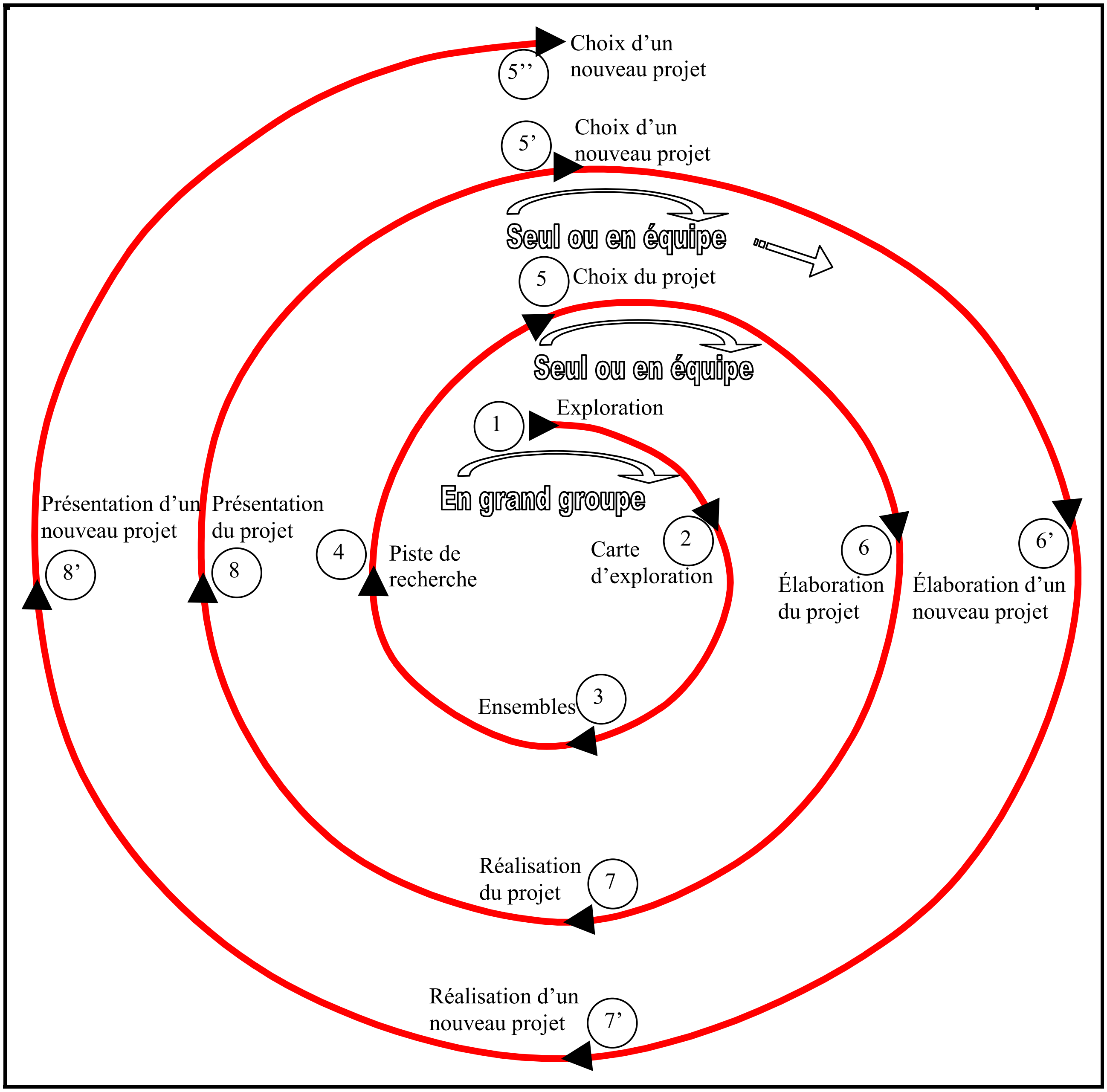
Jean Vial (tiré de Sublet, 1987, p. 51) définit la pédagogie du projet de la façon suivante. C'est «l'ensemble des attitudes mentales ou gestuelles, des conduites et procédures qui autorisent la définition, l'accomplissement, et l'exploitation d'un projet. Le projet étant ce qu'on a l'intention de faire dans un avenir plus ou moins lointain, il peut être de nature concrète ou intellectuelle, simple ou complexe; il peut conduire à une réalisation individuelle ou collective. Il implique une anticipation de l'objectif à atteindre, une gestion du temps, une confrontation, une négociation permanente entre partenaires pour évaluer sans cesse l'accompli par rapport au prévu; pas de programmation stricte élaborée dès le début, mais une régulation continue pour intégrer au processus de réalisation du projet des informations, attendues ou non, contrôler la réalisation ou la réorientation du projet.»

Cette approche pédagogique est à la fois *heuristique*, car le sujet y apprend à chercher des réponses à ses questions, *intégrante*, car elle est source d'interdisciplinarité, *critique*, car elle porte sur l'activité cognitive même, et *fondamentale*, car elle est commune à toutes les disciplines. De plus, cette approche est également *sociale*, car le sujet y est constamment en interaction avec d'autres sujets connaissants, par différentes fonctions de confrontation, de répartition, d'exploitation...

3.2.3 *Les phases du projet d'intégration*

De façon succincte, voici concrètement une description des phases qui jalonnent le cheminement des élèves pendant leurs projets d'intégration (adapté de Angers et Bouchard 1984). Ces phases sont reliées entre elles et peuvent se chevaucher. Les quatre premières phases (voir la région centrale, figure 6) s'effectuent normalement une seule fois, au début de l'année, alors que les quatre dernières phases (voir l'anneau pointé, figure 6) peuvent se dérouler un certain nombre de fois, selon l'âge des enfants, l'ampleur des projets choisis et la vitesse de production des équipes. Il n'y a pas de concours sur le nombre de projets réalisés. La qualité des projets prime sur leur quantité. Les enfants sont les maîtres d'oeuvre de leurs projets d'intégration. Cette pédagogie du projet est à la fois formelle au niveau de la méthode de travail, et ouverte au niveau des contenus auxquels les enfants peuvent s'intéresser. À chaque phase, tout au long des projets, l'enfant est amené à planifier ses actions à l'aide de son journal de bord, à identifier les objectifs qu'il poursuit et à évaluer leur atteinte à l'aide de ses points de repères.

Figure 6:
Les phases d'une pédagogie du projet



Phase 1: L'exploration

À partir d'un champ d'étude (ex: le Québec, l'alimentation, moi et mon entourage, les gens d'ici, les mystères de notre monde...) déterminé par une ou un enseignant (ou par une équipe d'enseignants), qui s'assure ainsi de couvrir un domaine de connaissances assez vaste pour rejoindre un bon nombre des objectifs des programmes et assez diversifié pour rejoindre les intérêts individuels de ses élèves, l'exploration consiste, à partir de mises en situation (expositions, centres de documentation, randonnées, rencontres...), à «cerner ce champ d'étude dans lequel se déroulera le projet collectif du groupe» (Angers et Bouchard, 1984).

Par exemple, à propos d'un champ d'étude portant sur "Les mystères de notre monde", la phase d'exploration peut démarrer dans de multiples directions: visite de quartiers ethniques (clubs sociaux, journaux communautaires, marchands d'objets d'art...), visionnage de diaporamas sur différentes régions du pays, lecture de documents sur l'exploration extra-terrestre, accompagnement de parents dans leur journée de travail... La seule limite est notre imagination! (Cet exemple, que nous illustrerons à chaque phase, a été effectivement vécu dans un groupe multi-programmes de 2e cycle.)

Phase 2: La carte d'exploration

Sur un mur, la carte d'exploration permet aux enfants de placer tous les mots (et images pour les plus petits) rencontrés qui sont en lien avec le champ d'étude, afin de «mettre en relief les êtres et les choses» (id.).

En général, les élèves sont heureux de faire part de leurs découvertes et des nouveaux termes qu'ils ont appris au travers de leur exploration: noms de mets étrangers et des ingrédients qui les composent, noms donnés aux montagnes des environs (les collines montérégiennes) qui expliquent le nom de la région (Montérégie), noms donnés aux navettes spatiales et leur signification, noms de professions rares ou moins connues des enfants du primaire, noms donnés à diverses expressions artistiques...

Phase 3: Les ensembles

Cette phase sert à rencontrer les véritables intérêts des élèves. À partir des éléments inscrits sur la carte d'exploration, les enfants vont essayer de les regrouper, en faire des classes d'objets qui ont des caractéristiques communes (ensembles), en regroupant ces ensembles, afin que le groupe d'enfants puisse en arriver à identifier un thème qui rejoint les intérêts cognitifs et affectifs de tous les enfants.

Par exemple, les mots concernant les métiers et les professions, ceux concernant les lieux, ceux concernant les groupes ethniques membres de la société qui nous entoure..., sont regroupés dans des ensembles, au sens mathématique du terme. Des intersections seront mises en évidence, par exemple entre tel mets, telle ethnie et tel quartier. Également des super-ensembles, préludes à l'émergence de pistes de recherche, vont survenir des échanges entre les élèves. Un super-ensemble "culture" pourrait émerger de la fusion entre les ensembles "ethnies" et "arts".

Phase 4: Les pistes de recherche

À partir du matériel recueilli, les enfants identifient les pistes de recherche qu'ils désirent explorer, en fonction de leurs intérêts personnels, des possibilités concrètes de réalisation, des ressources disponibles, de la documentation accessible...

Les élèves se regroupent en équipe de deux ou trois enfants, autour d'intérêts de recherche qui les animent véritablement. L'ensemble des pistes de recherche va permettre au groupe d'élaborer un genre d'arbre mettant en relations les intérêts individuels, tout en permettant au groupe de choisir un thème, par exemple un genre de slogan subjectif pouvant rallier les forces vitales du groupe: "Les gens d'ici et d'ailleurs".

Phase 5: Le choix du projet

Chaque équipe (ou élève qui désire travailler seul) regroupée autour d'une préoccupation commune, se forme.

Par exemple, deux élèves choisissent comme projet de travailler sur l'exploration de l'espace. D'autres sur la télévision, l'histoire de la monnaie, celle de l'aviation, celle de la monnaie. D'autres encore sur les fouilles archéologiques, sur certains animaux... L'étendue des projets n'a pratiquement pas de limite.

Phase 6: L'élaboration du projet

Les équipes aménagent leur coin de travail, en fonction de leurs projets respectifs. Des questions sont formulées et classifiées. Des objectifs académiques sont repérés. Les autres enfants du groupe sont invités à proposer des questions et également des informations.

Par exemple, les deux futurs astronautes de 5^e année, parmi leurs nombreuses questions, se posent celles-ci: peut-on calculer la distance entre la terre et la lune, sans y aller nécessairement? les graines de tomates poussent-elles plus rapidement dans l'espace, est-ce que notre intelligence y est plus efficace? comment sont constitués les habits des astronautes?

Phase 7: La réalisation du projet

Chaque équipe réalise son projet, en informant périodiquement les autres enfants du groupe des progrès accomplis, de même que des difficultés rencontrées.

À chaque matin, l'enseignante ou l'enseignant regroupe les enfants afin de réaliser la planification de la journée. Chaque élève écrit dans son journal de bord, de façon claire et en bon français, ce qu'il ou elle compte faire dans sa journée, eu égard à son projet. Chacun communique sa planification, fait part de ses intentions, et il arrive fréquemment que, sur place ou plus tard, d'autres enfants suggèrent des idées ou des sources de documentation à d'autres équipes, ou même apportent carrément des livres de références de la maison. Les questions travaillées dans les équipes sont de plus affichées en permanence dans les coins de travail, ce qui permet à tous les élèves de savoir ce sur quoi les autres travaillent. Enfin, à la fin de chaque journée, un bref retour est effectué en groupe, ce qui permet à l'enseignante ou à l'enseignant, entre autres objectifs, de sonder les difficultés rencontrées par certains enfants et de les faire réfléchir, soit sur certaines connaissances à maîtriser davantage, soir sur leur propre processus d'apprentissage.

Phase 8: La présentation du projet

Tous les élèves de la classe et parfois des autres classes du même degré, sont invités à assister aux présentations des équipes qui viennent exposer leurs productions, de même que leurs méthodes de travail, tout en essayant de répondre aux interrogations de leur public. Les équipes (parfois reconstituées) en profitent pour annoncer leur prochain projet (reprise du cycle à la phase 5).

Les élèves soumettent ainsi les résultats de leurs travaux à l'ensemble de la communauté éducative que forme la classe et parfois au-delà: il s'agit de la forme d'évaluation la plus démocratique et la plus directe qui soit. Les enfants qui ont travaillé *sur l'exploration de l'espace, par exemple, viennent présenter l'expérimentation qu'ils ont réalisée pour savoir si on a des chances d'être plus intelligent dans l'espace que sur notre bonne vieille terre. Une fois qu'ils se sont exécutés, inutile de préciser qu'une bonne discussion aura lieu sur l'interprétation des résultats, chacun y allant de ses "impressions". Les deux gamins qui ont effectivement réalisé ce projet, ont eu à défendre leur interprétation, la valeur d'une expérience analogique, bref ce qu'ils avaient assimilés au plan de la connaissance empirique et de la connaissance intellectuelle, mais également au plan de la connaissance rationnelle, c'est-à-dire sur la justification de leur processus expérimental, autant que sur leurs résultats en tant que tels.*

Pendant toutes ces phases, l'enfant doit planifier son travail à l'aide de son journal de bord, fixer ses objectifs d'apprentissage, de même qu'évaluer son travail, avec l'aide de son enseignante ou de son enseignant.

Pour ce travail de planification et de co-évaluation formative continue, des fiches de points de repères, à l'intention des enseignantes et des élèves, sont fort utiles. A titre d'exemple, une fiche sur la phase de questionnement indique à l'enfant les éléments qu'il doit maîtriser dans sa méthode de travail, relativement à ce sujet, mais pas nécessairement en un seul projet, et permettant à l'enseignante ou à l'enseignant de s'entendre avec un enfant en particulier, sur les objectifs à travailler en priorité.

Conclusion

Les mathématiques du primaire trouvent leur légitimité dans leur ancrage avec la réalité de l'élève, des personnes qui l'entourent et de son environnement. C'est dans cet esprit que l'analyse qui précède a été élaborée. Celle-ci a pour but d'articuler les compétences mathématiques proposées au nouveau curriculum québécois avec les compétences transversales visées plus globalement chez l'élève, lesquelles ne sont absolument pas indépendantes des premières, de même qu'avec des réalités connectées aux expériences de vie.

Cet ancrage est l'occasion de revisiter notre conception des mathématiques du primaire, de l'inscrire dans une logique des compétences et de chercher à l'intégrer aux apprentissages des élèves, mathématiques et autres, que ce soit dans le contexte de situations-problèmes ou celui de projets d'apprentissage, la différence étant située chez la personne qui en prend l'initiative, à savoir l'enseignant ou l'élève.

Références

Angers, P. et Bouchard, C (1985). *De l'expérience à l'intuition.* Coll. L'activité éducative, éd. Bellarmin, 222 p.

Angers, P. et Bouchard, C (1990). *Le jugement et l'action.* Coll. L'activité éducative, éd. Bellarmin, 232 p.

Astolfi, J.-P. (1993). Placer les élèves dans une situation-problème? Dans *Probio-Revue*, 16(4): 311-321.

Ausubel, D.P. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. New York: Grune and Stratton.

Charlot, B. (1978). Les contenus non mathématiques dans l'enseignement des mathématiques. *Bulletin* de l'IREM de Nantes, #7.

Desanti, J.T. (1968). *Les idéalités mathématiques.* Paris:Seuil.

Glayman, M. (1980). Mathématiques toutes faites et mathématiques à faire. Dans *Bulletin AMQ*, 20 (1), 11-19.

Guibert, (J. K.), Osborne, (R. J.), (1980). The Use of Models in Science and Science Teaching, European Journal of Science Education , 2(1), 3-13.

Jonnaert, Ph. (1997). *L'enfant-géomètre.* Bruxelles: Plantyn (sec. édition).

Jonnaert, Ph., Vander Borght, C. (1999). *Créer des conditions d'apprentissage, un cadre de référence socio-constructiviste pour la formation didactique des enseignants.* Bruxelles: De Boeck-Université.

Lliboutry, (L.), 1985. Modèles et révolution, La recherche, nº 163, 272-278, février.

Pallascio, R., Lafortune, L., Laurence, L., Gaudreault, L.-P. (1999). Construire des compétences dans la classe de mathématique au primaire. *Vie pédagogique*, 112: 42-46.

Pallascio, R. (1998). *Mathématiques instrumentales et projets d'enfants.* Collection La Spirale, 2e éd., Bruxelles: DeBoeck Université et Montréal: Éditions Modulo, 100 p.

Pallascio, R. (1991). Puissance et limite des modèles. *Instantanés mathématiques,* XXVII(3), janvier: 9-13.

Pallascio, (R.), 1990. Modélisation et représentation du réel. Dans Sciences, techniques et imaginaire: Actes des XIIe Journées internationales sur la communication, l'éducation et la culture scientifiques et industrielles, France, 251-256.

Perrenoud, Ph. (1995). Des savoirs aux compétences: de quoi parle-t-on en parlant de compétences?, *Pédagogie collégiale*, 9(1): 20-24.

Perrenoud, Ph. (1998). *Construire des compétences dès l'école*. Paris: ESF.

Régnier, (A.), 1974. *La crise du langage scientifique*. Paris, Éd. Anthropos.

Rey, B. (1996). *Les compétences transversales en question.* Paris: ESF.

Roche, N. (1991). Pourquoi les maths? Dans Bkouche, R., Charlot , B. et Rouche, N., *Faire des mathématiques: le plaisir du sens*. Paris: Armand Colin, 139-154.

Rouche, N. (1988). Pourquoi les maths? dans Bkouche, Charlot & Rouche, *Faire des mathématiques: le plaisir du sens.* Paris: Armand Colin, 138-154.

Vergnaud, G. (1996). La théorie des champs conceptuels, in, J., Brun, (dir.), *Didactique des mathématiques*. Neuchâtel: Delachaux et Niestlé, 196-242.

Annexes:

Nous proposons en annexe deux textes de réflexion à propos de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire, l'un et l'autre de ces textes entrant dans les problématiques introduites par le nouveau curriculum.

(1) Pallascio, R., Lafortune, L., Laurence, L., Gaudreault, L.-Ph., (1999). Construire des compétences dans la classe de mathématique au primaire. *Vie Pédagogique*, 112, septembre - octobre, 42 - 46.

(2) Jonnaert, Ph. (1996). Apprentissages mathématiques en situation : une perspective constructiviste. *Revue des sciences de l'éducation*, 22(2), 233-252.

CONSTRUIRE DES COMPÉTENCES DANS LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE

Richard Pallascio, Département de mathématiques, UQAM et CIRADE
Louise Lafortune, Département des sciences de l'éducation, UQTR et CIRADE
Lise Laurence, conseillère pédagogique, C. S. de la Seigneurie des Mille-Iles
Louis-Philippe Gaudreault, conseiller pédagogique, C. S. de la Capitale

Comme plusieurs le savent déjà, un nouveau curriculum commencera à être implanté dès l'an 2000 à partir du premier cycle du primaire. Cependant, dès septembre 1999, les écoles primaires du Québec commenceront à s'approprier ce nouveau curriculum qui propose des changements fondamentaux avec de nouvelles orientations liées à la construction de compétences concrétisée à travers le développement d'habiletés et de capacités. Par exemple, en mathématique, ces compétences prennent des formes comme les suivantes : *Actualiser des concepts et des procédures mathématiques* ou *Apprécier la contribution de la mathématique aux différentes sphères de l'activité humaine*. Même si ces compétences sont expliquées dans les programmes d'études, qu'elles sont associées à des habiletés et des capacités spécifiques, plusieurs se demandent comment construire concrètement ces compétences dans la classe. Nous avons tenté l'aventure d'explorer l'application concrète d'une des compétences à développer en mathématique à l'aide d'une activité principalement conçue pour le premier cycle du primaire.

Pour présenter cette idée, nous abordons d'abord les éléments de base de la conception de la mathématique pour l'enseignement au primaire. Nous présenterons ensuite les compétences mathématiques du curriculum du primaire pour approfondir à titre d'exemple une de ces compétences qui consiste à *Communiquer à l'aide du langage mathématique*. Enfin, nous abordons les incidences de l'application d'un programme de formation élaboré autour de compétences sur l'enseignement et sur la formation des jeunes.

1. Une conception de la mathématique

Selon le nouveau curriculum, la mathématique contribue au développement des capacités intellectuelles des élèves, consolide leur autonomie, facilite la poursuite de leur formation postsecondaire et leur fournit des outils conceptuels appropriés pour assurer leur rôle dans une société de plus en plus exigeante. La mathématique est aussi considérée comme un langage universel de communication et un outil d'abstraction. Le développement de ce langage exige des élèves l'appropriation de principes, de lois et de règles.

Dans le nouveau curriculum, la résolution de problèmes est au cœur du développement de la mathématique. C'est par et pour elle que se développent les concepts et les procédures mathématiques de même que le langage mathématique. Toutes ces actions permettent d'apprécier la contribution de la mathématique aux différentes sphères de l'activité humaine.

Les concepts mathématiques qui contribuent au développement mental des élèves appartiennent au domaine des nombres et des opérations, de la géométrie et de la mesure, de la probabilité et de la statistique. À travers sa formation mathématique du primaire, l'élève est amené à développer une intuition face aux nombres qui lui permet de juger de la pertinence de ses stratégies et de ses calculs. Pour ce faire, il utilise le calcul mental, l'estimation, la calculatrice ainsi que le calcul écrit. Une formation axée sur la manipulation et l'observation le conduit aussi à percevoir et à utiliser les relations spatiales et à développer son sens de la mesure, à la jonction des nombres et de la géométrie, afin d'avoir un meilleur contrôle sur son environnement physique. L'interprétation de tableaux, de graphiques, de diagrammes et de résultats probabilistes et statistiques permet à l'élève de s'intégrer plus facilement au monde d'aujourd'hui et de demain. Par le développement des compétences mathématiques, l'élève voit donc graduellement son autonomie s'accroître, lui permettant ainsi de faire face à des situations de plus en plus variées et exigeantes.

Le nouveau curriculum est rédigé en termes de compétences, de capacités et d'habiletés. La compétence est présentée comme “ un savoir-agir qui fait suite à l'intégration et à la mobilisation d'un ensemble de capacités, d'habiletés et de connaissances utilisées efficacement, dans des situations similaires ” (MEQ 1998: 6). C'est “ le résultat d'apprentissage que les élèves devront maîtriser à la fin d'un cycle scolaire ” (id). Le contexte de réalisation précise le contenu et le degré de difficulté des tâches auxquelles seront soumis les élèves, tant lors de l'apprentissage que lors de l'évaluation, alors que “ les capacités sont des savoir-faire qui intègrent des habiletés et des contenus disciplinaires ” (id).

2. Des compétences mathématiques au primaire

Voici les compétences qui seraient développées par le programme de mathématique au primaire telles que présentées dans une version datée d'avril 1999.

Compétence 1

Résoudre une situation-problème en appliquant un processus faisant appel à des stratégies, à l'aide de référentiels à sa disposition, individuellement, en équipe ou collectivement et portant sur les nombres, la géométrie et la mesure, la probabilité et la statistique.

Compétence 2

Actualiser des concepts et des procédures mathématiques dans des situations variées en utilisant un matériel de manipulation ainsi que la technologie, en traduisant la manipulation d'objets physiques ou mathématiques en langage symbolique et parlé, en accordant une place au calcul mental, à l'estimation, à l'utilisation de la calculatrice ainsi qu'au calcul écrit.

Compétence 3

Communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à un vocabulaire ou un symbolisme afin de soutenir un questionnement, une explication ou une affirmation et en résolvant fréquemment des situations-problèmes, tout en expliquant ses solutions et en les partageant avec ses camarades.

Compétence 4

Apprécier la contribution de la mathématique aux différentes sphères de l'activité humaine en faisant des liens entre la mathématique et des situations de sa vie quotidienne, en utilisant du matériel usuel et en utilisant la technologie pour favoriser l'apprentissage des nombres de la géométrie et de la mesure, de la probabilité et de la statistique.

Comme nous proposons, à titre d'emple, une activité d'application de la compétence 3, nous indiquons les capacités sous-jacentes au développement de cette compétence: s'approprier le vocabulaire mathématique; établir des liens entre le langage mathématique et le langage courant; transmettre ou interpréter des messages à caractère mathématique. Nous avons choisi la compétence 3 qui consiste à *Communiquer à l'aide du langage mathématique*, car, comme la compétence 4, elle nous semblait plus différente de ce qui est souvent considéré comme des compétences relevant de l'apprentissage de la mathématique comme *Résoudre une situation-problème* et *Actualiser des concepts et des procédures mathématiques*. Pour illustrer un travail permettant de développer cette compétence dans la classe de mathématique au premier cycle du primaire, nous proposons une activité mathématique.

3. Un exemple d'activité : la production d'une murale collective

Dans ce qui suit, nous visons à illustrer certains éléments d'une compétence mathématique, à illustrer des liens possibles entre le programme de mathématique et le programme des programmes, et à illustrer ce que l'approche par compétence peut signifier dans la classe autant pour l'élève que pour l'enseignant ou l'enseignante.

Étant donné que la compétence à atteindre et les capacités qui la décrivent sont identiques du premier au cinquième cycle, il va de soi que l'activité présentée ci-après reflète davantage les habiletés du premier cycle sous-jacentes aux capacités. Ajoutons qu'une compétence étant constituée de plusieurs éléments, l'élève ne réussira à la développer que s'il est mis en contact avec une variété de situations couvrant l'ensemble du champ de la compétence. Cette activité n'a donc pas la prétention de cerner l'ensemble des éléments constitutifs de la compétence. Tout au plus, présente-t-elle des idées d'interventions possibles en classe en lien avec la compétence énoncée.

Cet exemple d'activité ressemble en plusieurs points à des activités actuellement vécues en classe du premier cycle. La nouveauté avec l'approche par compétence n'est pas l'activité en soi, mais la façon dont on gère les apprentissages des élèves afin que ces derniers prennent réellement conscience des acquis faits dans un but de réinvestissement possible. Cette approche demande aussi de situer nos gestes pédagogiques dans une perspective plus large que celle envisagée à l'habitude.

L'activité décrite ci-après pourrait s'inscrire à l'intérieur d'une situation plus vaste amorcée par les thématiques liées au domaine de vie du programme des programmes qu'est l’environnement. En effet, l’élève du premier cycle doit explorer des milieux naturels et construits en y identifiant des éléments diversifiés. L’activité que l’on présente fait surtout mention des actions mathématiques à entreprendre mais on a pris le soin d’introduire quelques éléments rattachés au programme des programmes pour mieux exprimer les liens possibles à faire. Bien d’autres pistes pourraient ainsi être exploitées.

Activité proposée: Produire une murale collective représentant une scène.
Thème de la murale: Jouer dehors! (le thème pourrait être différent et déterminé par l’ensemble du groupe)
L’activité est découpée en plusieurs étapes de durée variable.

Étape 1

Cette première étape peut être animée par la titulaire de classe ou par une spécialiste en arts plastiques, un thème comme celui-ci étant source d'interdisciplinarité et une occasion pour le personnel enseignant de travailler en coopération. L’enseignante explique le type de production finale à réaliser : une murale dont le thème est “ Jouer dehors! ”. Pour atteindre ce but, les élèves devront vivre plusieurs situations qui leur permettront d’élaborer le plan de la murale et de découvrir quelques techniques pour la construction de la murale. Une discussion collective pourrait suivre autour de la scène qui sera représentée sur la murale : choix de la saison, choix d’éléments constitutifs de la scène (personnages, animaux, objets, bâtiments, éléments de la nature…), disposition des éléments les uns par rapport aux autres…

Tâche: dessiner individuellement une partie de la scène selon son choix à l’aide de plusieurs éléments constitutifs, par exemple, un enfant qui joue à la balle avec son chien.
Matériel: feuille de papier, crayon à la mine de plomb ou tout autre type de crayons selon la technique travaillée.

Étape 2

L’enseignante invite chaque élève à présenter son dessin et à expliquer son choix d’éléments constitutifs et la disposition de ces éléments les uns par rapport aux autres. Lorsque les dessins présentent des rapports non raisonnables entre certains éléments, elle amène les élèves à les expliquer et à tenter de trouver un rapport plus réaliste sans toutefois verser dans l’excès de précision. Les élèves sont amenés à intervenir sur les dessins des autres. Il importe d’éviter de donner les réponses, mais plutôt de trouver des moyens de faire découvrir la notion de rapport estimé. Les dessins peuvent être discutés en équipe avant de l’être en grand groupe afin de favoriser les comparaisons et de susciter une première prise de conscience des lacunes ou disproportions. Les élèves devraient utiliser des termes comme plus grand que, plus petit que, deux fois plus grand, de même grandeur etc. pour expliquer les rapports entre les éléments de leurs dessins. Pour valider les choix faits ou pour faire découvrir des rapports existant dans la réalité, on passera à l’étape 3.

P.M.[2] *:Transmettre un message à caractère mathématique, exprimer ses idées mathématiques et utiliser un vocabulaire approprié qui peut ne pas être conventionnel.*
Contenus disciplinaires : repérage, mesure, rapport, estimation.

Étape 3

L'enseignante invite ses élèves à organiser un trajet à l'extérieur de l'école pendant lequel ceux-ci auront à observer différents éléments et à les comparer entre eux en terme de rapport. Par exemple, un élève pourrait mentionner qu'un jeune arbre a une hauteur équivalant à environ la grandeur de deux élèves de la classe, un autre pourrait indiquer qu'un chien se tenant debout arrive au niveau de sa taille et qu'il est un peu plus grand que le chien.

Une fois le trajet terminé, on échange sur les découvertes faites et on ajuste les rapports déterminés à la deuxième étape. Les élèves pourraient noter à l'aide de flèches les modifications souhaitées à leur dessin.

P.M. et contenus disciplinaires: repérage, mesure, rapport, estimation.
P.P.: Explorer des milieux naturels et construits, découvrir la nature environnante, observer son milieu et désigner divers éléments constitutifs de son milieu.
Thématiques: monde des vivants, ressources naturelles de son environnement, exploration, exploitation et amélioration de l'environnement.

Étape 4

En équipe de quatre, l'enseignante invite les élèves à identifier les figures planes qu'ils ont utilisées pour créer leurs dessins et ce que ces figures représentent dans l'espace. Par exemple, un élève a utilisé un cercle pour dessiner le soleil qui est en réalité une sphère, un autre a utilisé un rectangle pour représenter un édifice en forme de prisme rectangulaire.

Pour faciliter le travail de recherche, on place à la disposition des élèves les ateliers suivants pendant lesquels ils ont la liberté d'explorer ce qui leur semble le plus pertinent :

1- Les empreintes
On étend de la pâte à modeler sur laquelle on presse un solide géométrique afin de faire apparaître une empreinte. On peut y découvrir qu'un objet peut avoir plusieurs empreintes semblables ou différentes.
2- Le rétroprojecteur
On place un à un des solides géométriques ou des objets de la classe sur le rétroprojecteur et on observe l'ombre produite selon la position de l'objet sur l'appareil.
3- Les vues
On observe des objets à partir de différentes vues (dessus, côté, devant) pour découvrir le dessin qui pourrait représenter cette vue et inversement.

---

[2] Le lien entre l'activité et la compétence mathématique est indiqué par le caractère en italique sous l'abréviation P.M., celui avec le programme des programmes sous l'abréviation P.P.

4- Les revues ou circulaires
Des revues ou circulaires permettraient d'examiner comment on représente différents objets sur papier.
Ces ateliers favorisent les échanges entre les élèves et leur permettent d'étoffer leurs idées pour mieux les exprimer par la suite.

Lorsque le travail d'équipe est terminé, on place de grands cerceaux par terre. À chacun, on associe une figure plane telle le cercle, le rectangle, le triangle…
Tâche: chaque équipe vient placer dans un cerceau le nom des objets ou des exemples d'objets retrouvés dans la classe qui pourraient être représentés sur un dessin par la figure donnée et explique son choix.
Par exemple, un élève pourrait placer une boîte de papiers mouchoirs à l'intérieur du cerceau associé au rectangle en expliquant qu'importe devant quelle face on se place, c'est toujours un rectangle. Un autre pourrait hésiter à placer une corbeille à papier de forme cylindrique soit dans le cerceau représentant le rectangle soit dans celui représentant le cercle. Des élèves suggéreront sûrement de placer certains cercles les uns légèrement par dessus les autres dans le but de créer une zone commune aux deux cercles. Un objet placé dans cette zone possédera donc plus d'une propriété. Des discussions intéressantes pourraient naître des élèves soulevant la problématique de dessiner un objet sous un angle faisant apparaître plus d'une face. Par exemple, une face rectangulaire devient un parallélogramme lorsque dessinée en perspective.

Ces discussions sont très importantes dans le développement des compétences mathématiques de l'élève. En effet, les figures mathématiques, par exemple, n'existent que pour leur pouvoir à se représenter la réalité qui nous entoure et à agir dessus. Ce sont très souvent les questions spontanées et à caractère "philosophique" des élèves qui vont leur permettre de se construire une représentation des mathématiques qui va faciliter leurs apprentissages subséquents.

P.M.: S'approprier le vocabulaire mathématique, utiliser correctement les termes et les symboles mathématiques et faire appel à son expérience et à ses connaissances personnelles.
Transmettre des messages à caractère mathématique, exprimer ses idées mathématiques et les défendre, utiliser un vocabulaire se rapprochant le plus possible du sens mathématique, accepter d'autre points de vue, les critiquer et essayer de les comprendre et accepter d'échanger ses idées avec d'autres.
Contenus disciplinaires: géométrie des solides et des figures planes.

Étape 5

On organise un second trajet à l'extérieur pour observer les objets de l'environnement et y associer une ou des figures planes. Il peut s'agir de figures planes explicitement apparentes (un trapèze observé à partir du toit d'une maison) ou d'une figure que l'on peut apparenter à un objet (un sapin peut avoir la forme d'un triangle sans en être composé). Une fois le trajet complété, on échange sur les découvertes faites. Durant la discussion, l'enseignante invite les élèves à utiliser le vocabulaire mathématique approprié ou qui se rapproche le plus possible du sens mathématique et utilise un synonyme si le terme mathématique est trop complexe.

P.M.: Transmettre ou interpréter des messages à caractère mathématique, exprimer ses idées mathématiques et utiliser un vocabulaire se rapprochant le plus possible du sens mathématique.
Contenus disciplinaires :géométrie des solides et des figures planes.
P.P. :Explorer des milieux naturels et construits, découvrir la nature environnante, observer son milieu et désigner divers éléments constitutifs de son milieu.

Étape 6

Chaque élève est invité à refaire le dessin réalisé à la première étape en y apportant les modifications nécessaires découlant des diverses discussions engendrées par les activités antérieures. La dimension des objets ou des personnages comme leur disposition peuvent subir des changements. Afin de travailler des techniques différentes d'arts plastiques, on pourrait utiliser un autre médium que celui de la première étape.

En équipe de quatre, les élèves partagent leur nouvelle réalisation et explique les modifications apportées en présentant les deux dessins. Pour fin d'évaluation, ces deux dessins seront conservées dans le portfolio de l'élève. L'enseignante tout comme le parent pourront observer les apprentissages faits suite à cette séquence d'activités.

Les élèves partagent ce qu'ils savent maintenant et ce qu'ils ne savaient pas avant d'entreprendre cette série d'activités. Cet échange permet à l'élève de prendre conscience qu'il est plus compétent qu'il ne l'était auparavant. On peut précisément axer ce partage sur les compétences mathématiques nouvellement acquises et permettre aux élèves de se rendre compte de la place de la mathématique dans le monde qui les entoure.

P.M.: Transmettre ou interpréter des messages à caractère mathématique, exprimer ses idées mathématiques et utiliser un vocabulaire se rapprochant le plus possible du sens mathématique.
Contenus disciplinaires : repérage, mesure, géométrie des solides et des figures planes.

Étape 7

Pour la réalisation de la murale, deux possibilités s'offrent à l'enseignante. La première consiste à juxtaposer les différents dessins pour en faire une scène si dans la première étape chaque élève s'était assigné une partie spécifique de la scène. La deuxième demande plus de temps et exige que chaque élève reproduise une partie de la scène selon la spécificité établie par l'ensemble du groupe. C'est donc un nouveau dessin que chacun doit produire. Cette alternative permet à l'enseignante de vérifier les acquis de chaque élève par rapport aux proportions et à la dimension des objets et des personnages.

Pour faciliter la réalisation de la murale, les élèves sont invités à dessiner leur partie de scène un à un pendant que les autres élèves vaquent à d'autres occupations. Une fois réalisée, la murale peut servir de déclencheur pour l'élaboration d'une courte histoire associée à la scène. Les habiletés reliées aux compétences du français viennent donc s'ajouter à celles de mathématique faisant l'objet d'apprentissage dans cette situation.

4. Incidences sur l'enseignement

Un curriculum axé sur le développement de compétences et la construction de compétences transversales a des incidences sur l'enseignement. Selon la pédagogie déjà utilisée en classe et la conception de la mathématique et de son enseignement, ces incidences peuvent être plus ou moins grandes. Nous présentons quelques-unes des incidences sur l'enseignement qui peuvent découler d'un tel changement dans le curriculum.

Accepter des modifications aux cours en fonction des questions des élèves

Lorsqu'on essaie que les élèves entrent dans un processus de construction collective des connaissances, il est inévitable que l'enseignante doive faire des ajustements à sa préparation de cours qui peuvent même être majeurs. Les élèves peuvent poser des questions qui n'ont pas été prévues et qui doivent être explorées avant de poursuivre le travail. Cette situation peut causer des insécurités chez plusieurs enseignantes et enseignants qui ont l'habitude d'enseigner selon une certaine séquence. Pourtant, les élèves posent généralement des questions qui ont du sens et qui peuvent permettre d'approfondir les notions, de mieux intégrer les apprentissages et de susciter une meilleure motivation. Dans le cadre d'une telle approche, pour tenir compte des questionnements non prévus des élèves, il faut d'abord accepter qu'il y aura des changements, que ces changements pourront mener à des apprentissages non prévus et qu'ils solliciteront des connaissances ou des habiletés à être activées auprès des enseignantes et enseignants.

Développer le sens du transfert

Pour mieux diriger les élèves dans leurs constructions et pour explorer avec eux des réponses à leurs questionnements, il importe de développer un sens du transfert; c'est-à-dire être capable de voir les liens entre les questions posées et ce que les élèves ont appris dans d'autres matières ou à d'autres niveaux scolaires. Cette habileté se développe avec la pratique et exige un sens de l'observation et une écoute des idées des élèves.

Écouter les idées des élèves

Même si ce n'est pas toujours évident, les questions et les idées que les élèves expriment sont souvent liées aux contenus déjà approfondis dans d'autres leçons ou à d'autres moments. Si on porte attention à ce que les élèves relèvent, on peut très souvent voir d'où viennent leurs questionnements. Les élèves doivent trop souvent essayer de comprendre les idées présentées par l'enseignante : *Essayez de faire comme je fais*; *Tu te compliques la vie, je vais te montrer comment faire*. Il est préférable que l'enseignante parte des idées des élèves pour les aider à les développer, à les comprendre et ainsi, mieux les diriger dans la construction de leurs compétences.

Développer le sens de l'observation

Comme enseignante, il est nécessaire de développer le sens de l'observation. Dans une pédagogie du changement et de l'innovation, ce sens de l'observation devrait être orienté vers ce que les élèves comprennent, vers ce qu'ils construisent et moins vers les erreurs qu'ils commettent ou les difficultés qu'ils rencontrent. Ce nouveau type d'observation a plus de chance de faire remarquer les transferts possible, les compétences développées et les processus d'intégration en cause.

Découvrir sa propre créativité

L'ensemble de ces incidences sur l'enseignement laisse penser qu'on ne peut se limiter à un manuel scolaire ou un guide d'enseignement. Tout la créativité pédagogique des enseignantes et des enseignants doit être mise à contribution. Cette créativité va nécessairement mener à des approches diversifiées. Pour un même niveau scolaire, les activités mathématiques ne seront pas les mêmes et ne seront pas utilisées en même temps. C'est probablement une façon importante de se motiver à enseigner et de stimuler les élèves.

Une telle innovation dans la pédagogie au Québec ne peut que faire en sorte que, dans les classes, les enseignantes et enseignants se demandent parfois où cela va les mener, vivent des insécurités, découvrent des plaisirs et suscitent des réflexions interdisciplinaires chez leurs élèves. On pourrait dire que c'est une pédagogie du changement et du risque, mais aussi du plaisir et de l'intégration des apprentissages.

5. Incidences sur la formation des jeunes

Tous les changements curriculaires ne seraient que cosmétiques, s'ils n'avaient pas pour but ultime d'améliorer la formation des jeunes, c'est-à-dire de contribuer à former un individu plus connaissant, plus compétent et plus développé dans son intégralité. Or, “il n'est pas incompatible pour un élève d'être heureux à l'école, d'avoir du plaisir à apprendre les mathématiques, et de faire l'apprentissage conscient des enjeux cognitifs, culturels et sociaux de l'école. Le développement d'une vision plus personnaliste de l'individu ne peut que rapporter à long terme des dividendes, et pour la formation d'une personne autonome et responsable, et pour la formation mathématique d'une personne consciente des outils que peuvent lui apporter des connaissances et des méthodes mathématiques adéquates et adéquatement enseignées” (CQEM 1996). Le prochain curriculum mathématique se veut un effort visant le développement d'une approche davantage constructiviste de l'éducation mathématique (voir les paragraphes suivants), permettant d'ajouter du sens à la démarche de résolution de problèmes et de rendre plus globale et intégrée la formation mathématique des jeunes.

Le caractère construit de la mathématique

La mathématique origine de représentations du monde des quantités et des formes, qui se sont d'abord développées avec le support d'objets concrets ou des représentations de ceux-ci. L'esprit humain, voulant pousser de plus en plus loin les limites de ces outils primitifs, a progressivement abandonné la manipulation de ces objets pour lui substituer celle de représentations de plus en plus abstraites.

Or, la mathématique est généralement enseignée comme étant toute faite et non à faire et refaire continuellement. Les élèves sont convaincus de l'infaillibilité et de la complétude de la mathématique. Ils n'ont la plupart du temps aucune idée de son caractère construit. Or, il est devenu nécessaire d'appuyer le développement conceptuel des élèves en mathématique en en assumant les conséquences pédagogiques: faire voir la place du doute en mathématique comme ailleurs, faire ressortir le statut approximatif des sciences mathématiques comme ailleurs, faire voir le caractère métaphorique de la mathématique comme des autres champs de la connaissance, faire voir le caractère instrumental et relatif de la mathématique comme des autres sciences...

L'enfant qui explore très tôt la mathématique à la manière du mathématicien ou de la mathématicienne, en se posant plus ou moins explicitement des questions, en prenant des décisions sur la piste qu'il entreprend d'explorer, en faisant des hypothèses sur ce qui l'attend au bout de son exploration, aura de la mathématique une idée bien différente de celui qui se la fera imposée plus ou moins comme un rite de passage à des études supérieures. Cet enfant aura appris pourquoi et quand on additionnne, on soustrait, ou on fait toute autre opération. Il aura également appris que la mathématique est aussi le domaine de l'espace et des figures et que, comme les nombres, elle se présente sous une infinité de facettes et qu'on peut explorer une infinité de relations entre ces diverses figures, tout comme on le faisait avec les nombres. Cet enfant aura aussi découvert qu'en de nombreux cas, les nombres et les figures conjuguent leur richesse et leur diversité pour représenter différentes réalités de l'environnement dans lequel il vit.

La résolution de problèmes mathématiques

Il est devenu nécessaire d'enseigner aux élèves qu'on n'apprend pas la mathématique, dans le sens de les apprendre "par coeur", mais qu'il importe de "faire des mathématiques", d'en comprendre le sens et l'utilité. Pratiquement tous les programmes de mathématique nationaux évoquent maintenant la nécessaire part active que l'élève doit prendre dans ses apprentissages, de même que la contextualisation de la mathématique par une véritable résolution de problèmes.

L'élève qui aura été initié au monde de la mathématique par une exploration de problèmes et de situations contextualisées, saura aussi qu'il y a bien plus que la réponse à ces problèmes dans la mathématique. Il sera amené à mettre en lumière certaines régularités et règles mathématiques, à prendre conscience de l'efficacité de certaines démarches, et ces règles et démarches seront alors bien plus que ces formules mystérieuses que l'enseignement de la mathématique a trop souvent imposé à des jeunes esprits, qui étaient bien plus souvent mystifiés qu'émerveillés par ce qu'on leur présentait.

L'apprentissage de la mathématique

Il importe donc de respecter les élèves dans leur démarche en leur offrant la possibilité d'utiliser des objets concrets pour représenter les relations mathématiques liées à l'exploration du nombre et de l'espace, et de substituer progressivement au matériel concret des moyens représentatifs de plus en plus abstraits. On devrait encourager les élèves à expérimenter et à vérifier les moyens qui permettent de réaliser une représentation adéquate de la réalité ou du problème exploré, à échanger avec leurs pairs sur l'adéquation de ces moyens, à analyser leurs erreurs ou celles de leurs pairs, à en expliquer les causes et à réajuster leur compréhension de la situation ou des moyens de la représenter...

Pour développer sa connaissance intellectuelle et rationnelle, l'élève a besoin d'une marge de manoeuvre, à moins que l'on désire produire une société robotisée. Le mathématicien Georg Cantor déclarait que l'essence de la mathématique résidait dans sa liberté! Les élèves ont droit à l'intuition, à l'imagination et à la créativité, lorsqu'ils font de la mathématique!

Sans négliger les aspects conventionnels du symbolisme et du langage mathématique, il est important de faire voir que la mathématique n'est pas qu'un langage, mais plutôt qu'elle a un langage, et que celui-ci sert à lui donner du sens par rapport à ce qu'elle représente dans la réalité. De cette façon, nous éviterions peut-être une certaine fixation sur les significations contextuelles des problèmes arithmétiques travaillés à l'ordre du primaire, lors du passage à l'algèbre au secondaire où d'autres critères de validation sont nécessaires, et même lors des études postsecondaires. Enfin, la mathématique constitue une discipline avec ses caractéristiques propres. L'élève devrait être amené progressivement à distinguer les situations ou les parties d'une situation qui peuvent être mathématisées, de celles qui ne le peuvent pas.

Il y a lieu de relativiser le recours aux procédures propres à la mathématique, qui, selon le niveau de connaissances de l'élève, peuvent et doivent varier. Lors d'une première phase d'exploration, l'élève développe sa connaissance empirique, pour laquelle l'enseignement doit pouvoir offrir une certaine période de tâtonnement, de manipulation, et même de jeu, pour permettre à l'élève de développer son propre questionnement, et non pas celui du personnel enseignant ou des auteurs de manuels, d'utiliser sa propre intuition et sa propre représentation de la réalité, tout en développant une qualité de la communication verbale et écrite en mathématique. Ce n'est que l'aiguisement de cette perception qui pourra lui permettre d'accéder à une connaissance intellectuelle des concepts en jeu.

L'élève doit être amené à pouvoir articuler clairement et justifier ses résultats. Cette étape nous apparait nécessaire si on veut que l'élève puisse développer une confiance dans les résultats qu'il obtient à l'aide d'une démarche ou d'une formule, ainsi que dans la possibilité de construire de nouvelles connaissances et de nouvelles règles ou formules à partir des acquis antérieurs. Une formation mathématique qui permet aux élèves de réfléchir sur les choix qu'ils font, sur les problèmes qu'ils résolvent, sur les démarches qu'ils empruntent, sur les résultats qu'ils obtiennent leur permet aussi de développer le sentiment qu'ils maîtrisent la situation, qu'ils peuvent arriver à quelque chose et qu'ils peuvent réussir en mathématique.

Au-delà d'une connaissance intellectuelle des concepts mathématiques visés, normalement appuyée par une véritable résolution de problèmes, nous ne devons pas négliger l'apport de la mathématique dans la formation du jugement des élèves, en travaillant avec eux sur les procédures de justification, de preuve et de démonstration propres à la mathématique, où il s'agit de se convaincre et ensuite de convaincre les autres, et en leur permettant de développer leur connaissance rationnelle.

La mathématique se construit par l'exploration et l'observation d'un ensemble de régularités et par la généralisation de celles-ci. Il est important d'amener les élèves à vérifier la validité des résultats obtenus, en particulier lorsqu'il s'agit de les utiliser pour poursuivre la construction d'une solution ou pour généraliser un phénomène.

Le meilleur moyen d'y parvenir est de leur permettre d'agir sur leurs connaissances, c'est-à-dire de les rendre plus compétents!

Références

CQEM (1996). *La formation mathématique des jeunes.* Avis du Conseil québécois de l'enseignement des mathématiques.

MEQ (1999). *Programme de formation de l'école québécoise, Éducation préscolaire, Enseignement primaire.* Document de travail, Version provisoire, Gouvernement du Québec, Direction de la formation générale des jeunes.