Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education
Publication details, including instructions for authors and subscription information:
http://www.tandfonline.com/loi/ucjs20

Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec: un parcours sur cent ans des programmes et documents pédagogiques

Caroline Lajoie [a] & Nadine Bednarz [a]
[a] Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec, Canada

Available online: 07 Jun 2012

To cite this article: Caroline Lajoie & Nadine Bednarz (2012): Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec: un parcours sur cent ans des programmes et documents pédagogiques, Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 12:2, 178-213

To link to this article: http://dx.doi.org/10.1080/14926156.2012.679992

CANADIAN JOURNAL OF SCIENCE, MATHEMATICS
AND TECHNOLOGY EDUCATION, *12*(2), 178–213, 2012

ISSN: 1492-6156 print / 1942-4051 online
DOI: 10.1080/14926156.2012.679992

Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec: un parcours sur cent ans des programmes et documents pédagogiques

Caroline Lajoie and Nadine Bednarz
Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec, Canada

Résumé: La résolution de problèmes est aujourd'hui au cœur du « Programme de Formation de l'École Québécoise » (MEQ, 2001; MELS, 2003, 2005). D'aucuns affirmeront que cela n'a rien de bien nouveau puisque les élèves québécois du primaire et du secondaire résolvent des problèmes depuis belle lurette . . . mais parle-t-on toujours de la même chose? Notre manière de concevoir la résolution de problèmes au Québec aurait-elle évolué? C'est à un voyage à travers le temps que nous convions le lecteur. Nous tentons dans cet article de rendre compte de la manière dont on présentait la résolution de problèmes à différentes époques, à travers l'étude que nous avons pu faire des programmes de mathématiques, ou des propos tenus par différents pédagogues et didacticiens des mathématiques au cours du XXe siècle. Ce survol sera l'occasion de réfléchir aux diverses avenues proposées au fil du temps relativement à la résolution de problèmes telles qu'il est possible de les entrevoir. Un deuxième article[1] poursuivra cette analyse pour la période plus récente du début du XXIe siècle.

Abstract: Today, problem solving is at the very heart of the "Québec Education Program" (Quebec Ministry of Education, 2001; Ministry of Education, Leisure and Sport, 2003, 2005). Some would say that this is nothing new, since Quebec primary and secondary students have been solving problems for ages . . . but are we talking about the same thing? Has our way of conceptualizing problem solving in Quebec changed over the years? We invite the reader on a journey through time. This article attempts to reveal the manner in which problem solving was presented in different eras, by way of the study we have been able to conduct on mathematics programs and the views held by various pedagogues and mathematics educators throughout the 20th century. This overview presents an opportunity to reflect, insofar as is possible, on the many avenues proposed over the course of history in relation to problem solving. A second article will follow the present analysis addressing the more recent period of the early 21st century.

INTRODUCTION

La résolution de problèmes a occupé, et occupe encore, une place importante en enseignement des mathématiques (voir notamment Mason, 1994[2]; Polya, 1965; Schoenfeld, 1985, 1994; Silver,

Address correspondence to Caroline Lajoie, Université du Québec à Montréal, CP 8888, succursale Centre-Ville, Montréal, QC H3C 3P8, Canada. E-mail: lajoie.caroline@uqam.ca

1985), que l'on s'intéresse à la notion même de problème, à la complexité de ceux-ci dans différents domaines mathématiques (structures additives et multiplicatives, proportions, algèbre, etc.), aux habiletés et aux processus de résolution, etc.

Plusieurs programmes d'études ont repris à leur compte cette orientation. C'est le cas notamment du Québec où les programmes ont intégré depuis fort longtemps la résolution de problèmes, à la fois dans leurs finalités et dans les moyens préconisés pour approcher l'enseignement des mathématiques auprès des élèves (voir à ce sujet Bednarz, 2002; Landry, 1999; Ministère de l'Éducation du Québec [MEQ], 1988). En ce sens, le cas du Québec est intéressant pour comprendre le sens qu'a pris dans ce contexte la résolution de problèmes au fil du temps. Le fait que la résolution de problèmes ait été présente depuis très longtemps dans les programmes d'études laisse en effet penser que le Québec est « un beau cas » (L'Hostie, 1998) au sens d'une entité définie, d'un système délimité, d'un point d'observation pertinent pour examiner un certain phénomène (retracer la manière dont on a présenté cette résolution à différentes périodes).

Au delà de ce questionnement, à l'origine de l'aventure dans laquelle nous nous sommes engagées, une préoccupation de construction d'une certaine mémoire collective s'est aussi imposée à nous. Les nombreuses réformes menées au Québec au cours des 40 dernières années, et ce de manière très rapide (MEQ, 1970, 1980, 1993, 1994, 2001; Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport [MELS], 2003, 2005), nous montrent en effet que de multiples modifications en enseignement des mathématiques se sont opérées dans les programmes d'études sans que l'on sache nécessairement très bien sur quoi elles s'appuyaient (quelle rationalité guidait ces modifications). Or, des analyses de l'évolution des programmes d'études québécois telles que celles menées par Bednarz (2002), Lavoie (2004), ainsi que Dionne et Voyer (2009) montrent bien comment une telle mise en perspective historique peut être riche et instructive.

Il nous a semblé important de mener une telle analyse pour l'un des concepts pivots qui traverse en quelque sorte l'ensemble de ces programmes, la résolution de problèmes, afin d'en reconstruire l'évolution, de mettre en évidence les éléments nouveaux amenés en cours de route, de percevoir les éléments importants qui auraient pu être mis de côté, de saisir les continuités ou ruptures. C'est donc à un voyage à travers le temps que nous vous convions. La manière d'aborder une telle analyse se posait toutefois au départ de notre voyage: comment retracer ce qui se disait sur la résolution de problèmes à différentes époques? À partir de quel corpus de données? Quelles périodes retenir pour cette analyse? Sur quelle base aborder les points de comparaison d'une période à l'autre?

Avant même d'entrer dans ces aspects méthodologiques, une remarque préalable s'impose. Compte tenu de la longue période couverte par notre étude, de la richesse des données traitées (nous préciserons celles-ci par la suite), cet article porte sur les périodes précédant le programme en cours. L'analyse de la période actuelle (2000 à 2012) fera l'objet d'un autre article.

QUELQUES REPÈRES MÉTHODOLOGIQUES

Nous avons amorcé dans un premier temps une exploration de documents issus de différentes époques, avant tout pour nous imprégner de leur contenu et commencer à cerner ce qui pouvait se dire sur la résolution de problèmes en mathématiques. Cette exploration nous a amenées à identifier un ensemble de documents qui ont constitué le corpus de données à partir desquelles a été réalisée l'analyse.

Des documents provenant de différentes époques

Dès le départ de notre étude, nous avons choisi de nous concentrer sur des documents produits au Québec et pour le Québec parce que notre objectif premier était de comprendre de manière endogène l'évolution de la manière dont on présentait la résolution de problèmes. Les documents qui nous ont servi de guide dans ce voyage à travers le temps sont de trois types:

- Les différents programmes d'études en vigueur au Québec au cours du XXe siècle (1904, 1948, 1956, 1970, 1980, 1993, 1994). Ces derniers permettent de situer les orientations données globalement à l'enseignement des mathématiques à l'école, et en particulier à la résolution de problèmes.
- Des documents pédagogiques (Beaudry, 1950; MEQ, 1988; Ross[3], 1919; Rouleau[4], Magnan et Ahern, 1904) s'adressant aux futurs enseignants ou aux enseignants en exercice dans lesquels sont en quelque sorte explicitées les idées sous-jacentes aux différentes réformes, les réflexions didactiques (même si celles-ci n'en portaient pas toujours le nom) à l'égard de la résolution de problèmes.
- Une série d'articles parus dans des revues pédagogiques qui constituent une autre source importante de données pour capter les réflexions d'une époque donnée et, en conséquence, les choix didactiques sous-jacents (Beaudry[5], 1947–1948; Gervais, 1946–1947; Lukenbein, 1984–1985; Maurice, 1925–1926; Vinette[6], 1947–1948).

Identification de périodes importantes

Cette exploration des documents nous a amenées « de manière émergente » à identifier quatre grandes périodes (1904 à 1945; 1948 à 1959; 1960 à 1970; 1980 à 1999) à la lumière à la fois des intentions des programmes et des propos des pédagogues, périodes qui nous ont semblé correspondre à un certain changement d'orientation par rapport à la résolution de problèmes. Ce choix a été confirmé par la suite par des analyses plus approfondies des documents. Il est à noter, par ailleurs, que ces périodes ont été caractérisées de manière plus globale sous l'angle des finalités associées à l'enseignement des mathématiques:

> Avant 1945, les mathématiques enseignées dans l'institution scolaire semblent relever avant tout, dans un contexte socio-politique de crise et de guerre, d'un enseignement pratique. L'après-guerre (1945–1960) provoque de sérieuses remises en question du système d'éducation, de sorte que l'on perçoit une certaine ambivalence quant à la fonction associée à l'enseignement des mathématiques, celle-ci gardant toutefois une visée essentiellement pratique. Les années 1960 voient s'exprimer la volonté de rendre l'école accessible à tous et mettent en branle un processus de changement qui affecte tous les aspects du système d'éducation et, graduellement, les orientations données à l'enseignement des mathématiques. On passe alors à travers une succession de réformes sans précédent pour le Québec, réformes marquées par l'idée de rendre l'enseignement des mathématiques accessible à tous (programmes de 1970 et de 1980) puis par celle de préparer les futurs citoyens à s'adapter à une société en constante évolution, dans laquelle les mathématiques et les sciences jouent un rôle de plus en plus important (programme de 1993). (Bednarz, 2002, p. 146)

Nous reprendrons ces quatre périodes en mettant en évidence, pour chacune d'elles, les caractéristiques qui ressortent à l'égard de la résolution de problèmes. Pour aborder cette analyse d'une époque à l'autre, un certain cadre de référence est cependant nécessaire.

Comment aborder les points de comparaison d'une période à l'autre?

Après avoir identifié ces quatre grandes périodes, nous avons fait graduellement le choix d'aborder l'analyse des différents documents avec une certaine grille de lecture, ce qui nous permettrait de faire ressortir les points communs et les différences d'une époque à l'autre. Cette grille *émergente* provient d'un *repérage d'éléments communs* aux différents textes (documents et articles pédagogiques) s'adressant aux enseignants[7]. Ces éléments n'ont donc pas été déterminés a priori par les chercheures mais ont émergé de l'exploration des différents documents. Trois angles d'étude ont ainsi progressivement été plus spécifiquement ciblés:

- **Le rôle de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques**: La résolution de problèmes est au cœur du curriculum québécois depuis de nombreuses années. Mais son rôle a-t-il toujours été le même? Que visait-on à chacune des époques en proposant aux élèves des problèmes dans l'enseignement des mathématiques? Quelles étaient les finalités qui leur étaient associées?
- **La nature des problèmes proposés**: Les travaux de recherche en didactique des mathématiques se sont intéressés à la nature des problèmes, aux différents types de tâches, routinières et non routinières, qui offrent aux élèves des opportunités de construire et d'expérimenter le pouvoir d'une certaine activité mathématique (Arsac, Germain et Mante, 1988; Brousseau, 1983; Coffin, Dupraz, Manin et Payan, 2006; Douady, 1987; Grenier et Payan, 1998; Lukenbein, 1984–1985; Mason, 1994). Quels sont les critères (explicites) de choix des problèmes proposés aux élèves à différentes époques? Sur quelle base choisit-on les problèmes? Notre étude des documents et articles pédagogiques destinés aux enseignants permettra de mettre en évidence ces caractéristiques telles qu'elles se dégagent de notre analyse.
- **Les conseils donnés aux enseignants pour approcher la résolution de problèmes avec les élèves**: La résolution de problèmes fournit aux enseignants un « contexte » (ce dernier pouvant être purement mathématique ou non) pour apprendre les mathématiques, développer certains processus ou concepts, ou encore appliquer les mathématiques. Que conseillait-on aux enseignants à chacune des périodes pour aborder la résolution de problèmes?

Cette grille émergente n'est pas juste une manière d'organiser le travail, elle est un outil important pour les chercheures pour mettre en évidence par la suite, de manière transversale, les continuités et ruptures d'une période à l'autre et caractériser les restructurations éventuelles qui se sont opérées. Elle permet également de faire ressortir les cohérences ou incohérences dans le travail proposé sur la résolution de problèmes à l'intérieur d'une même période (entre le rôle qu'on accordait aux problèmes, la nature des problèmes proposés et les conseils qu'on donnait aux enseignants). Nous reviendrons maintenant sur ce qui ressort des analyses pour chacun de ces aspects[8].

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES AU DÉBUT DU XXe SIÈCLE (1904–1945): UN ENSEIGNEMENT AVANT TOUT MARQUÉ PAR UNE VISÉE PRATIQUE

> Je prétends donc que les problèmes qui exigent un tel raisonnement et tant d'analyse que la majorité d'une classe reste bouche bée en les étudiant et qu'elle ne peut résoudre, doivent être mis de côté. Considérons en cela le vrai bien des élèves et non pas les impulsions qui nous viennent de notre supériorité intellectuelle, de notre habileté et grande force en mathématiques. (Maurice, 1925–1926, p. 114)

Avant 1930[9], la scolarisation est en fait le lot d'une minorité de jeunes. Peu d'élèves francophones poursuivent en effet leurs études au delà de l'école primaire (en 1929, seulement 24% d'entre eux le font). En conséquence, le contenu du programme de mathématiques (datant de 1904) met l'accent pour l'école de base sur l'apprentissage de l'arithmétique et d'une géométrie appliquée, avant tout associée au mesurage, avec une finalité essentiellement pratique (Bednarz, 2002)[10].

Nature et caractéristiques des problèmes proposés

Cette finalité pratique va avoir des conséquences sur le choix des problèmes qui seront retenus, comme nous le montre cet extrait:

> L'enseignement est déjà pratique s'il s'exerce sur le concret (. . .) il faut le rendre plus pratique encore par le choix des problèmes toujours en rapport avec la vie réelle de l'élève. Il faut avoir soin de lui donner des notions exactes sur les poids en cours, les prix courants des objets, les quantités nécessaires à l'opération qui fait l'objet du problème. (Ross, 1919, p. 280)

On voit apparaître ici un premier critère important pour l'époque qui vient baliser le choix des problèmes qu'on retrouvera dans les manuels, *des problèmes pratiques, contenant des notions usuelles, en rapport avec la vie réelle de l'élève*: « Il faut rendre le plus tôt possible l'élève en mesure de résoudre des problèmes qui sont d'application journalière dans sa famille » (Ross, 1919, p. 304). Pour Monseigneur Ross, la résolution de problèmes (d'arithmétique, de mesure, etc.) est aussi l'occasion d'un enseignement moral très pratique. Il peut être l'occasion de prêcher l'épargne, la tempérance dans les dépenses, l'hygiène; on retrouve là les valeurs de la religion catholique. Cette préoccupation de l'école à préparer les élèves[11] à affronter la vie quotidienne conduira l'auteur à fournir à l'enseignant des informations exactes (qu'il pourra utiliser dans les problèmes), telles que le prix de la botte de foin, la manière dont le poisson est préparé et vendu au poids, les mesures utilisées, la manière dont se vend le bois, etc. Des données relatives à chacune des régions du Québec sont ainsi fournies à l'enseignant de manière à ce qu'il puisse proposer des problèmes pratiques, articulés sur l'environnement réel de l'enfant (cf figure 1).

Ces problèmes, on le perçoit bien à travers ce qui précède, doivent ainsi être *exacts et vrais dans leurs données.* On ne peut ici se permettre d'avoir recours à des données fantaisistes: « Qu'ils [les problèmes] ne contiennent jamais de curiosités, d'énoncés fantaisistes, mais bien des données qui soient exactes et vraies, des nombres réels pris dans les usages de la vie, représentant des choses et des grandeurs utiles à connaître » (Maurice, 1925–1926, p. 110). Par ailleurs, le souci d'accessibilité des problèmes proposés aux élèves (comme nous le montre la citation de départ de l'Abbé Maurice, 1925–1926) conduira à mettre en évidence d'autres critères guidant le choix des problèmes.

Voici encore des connaissances indispensables aux élèves des campagnes pour résoudre des problèmes pratiques sur les produits dont on leur donne le prix :

1°—La botte de foin : 15 livres (100 bottes : 1500) ; la tonne: 2000 ; le poids du minot des divers produits agricoles : blé : 60 ; fèves : 60 ; pois : 60 ; pommes de terre : 60 (la poche : 90) ; graine de trèfle : 60 ; seigle : 56 ; graine de lin : 56 ; blé d'Inde : 56 ; oignons : 50 ; orge : 48 ; sarrasin : 48 ; graine de mil : 48 ; avoine : 34.

2°—Dans la Gaspésie, les commerçants vendent le poisson préparé, par quintal de 112 livres ; les pêcheurs vendent la morue non préparée (verte) par lot de 238 livres, appelé *draught* dans la région.

3°—Les manuels d'arithmétique ne parlent pas généralement du *demiard* (½ chopine) et du *pot* (½ gallon), mesures bien familières aux gens. Il faut en faire connaître la valeur aux élèves. On doit aussi leur faire comprendre que la boisseau de l'arithmétique est le *minot* du cultivateur.

4°—Le bois, dont le commerce est si général dans les campagnes, se vend tantôt au pied cube, tantôt suivant la mesure que les gens du métier appellent le *pied-planche*. La base de cette mesure est la planche de 1 pied de largeur et de 1 pouce d'épaisseur. Un pied de longueur de cette planche donne 1 *pied-planche*, 10 pieds donnent 10 *pieds-planche*. Mais l'épaisseur et la largeur varient aussi. Alors on prend la mesure suivant cette formule : 1 planche de 10 pieds de longueur, ayant 1 pouce d'épaisseur et 8 pouces de largeur vaudra $10 \times \frac{8}{12} = 6\frac{2}{3}$.

Si la planche avait 1½ pouce d'épaisseur, la mesure serait :

$$\frac{10 \times 8 \times \frac{3}{2}}{12} \quad \text{ou} \quad \frac{10 \times 8 \times 3}{12 \times 2} = 10$$

Si la planche est d'une épaisseur de 3 pouces :

$$\frac{10 \times 8 \times 3}{12} = 20 ;$$

c'est-à-dire que pour connaître la mesure d'une planche, on multiplie sa longueur par sa largeur *en pieds* ($\frac{8}{12}$ de pied pour 8 pouces) et le produit par l'épaisseur *en pouces*. Il ne faut pas oublier en effet que la base de cette mesure est la planche de *1 pied de largeur*, et de *1 pouce d'épaisseur*.

Connaissant la quantité de pieds-planche, on n'a qu'à multiplier par le prix d'un pied : \$.024, quand la planche est de \$24. par mille pieds.

Parfois le bois d'une grosseur uniforme, comme les poteaux, les poutres, se vend au *pied courant*. On ne se préoccupe de connaître alors que la longueur de tout le bois qui est dans le lot : ce qui donne la somme de pieds courants.

5°—L'institutrice doit se mettre au courant des prix payés aux fabriques de beurre ou de fromage de la localité, pour habituer les élèves un peu avancés à calculer ce qui revient aux parents qui patronnent l'industrie. Parfois le beurre se paie d'après la quantité de livres de lait apporté à la fabrique ; le plus souvent on paie d'après la quantité de gras contenu dans le lait.

FIGURE 1 Quelques données pratiques pour les enfants des campagnes. (Mrg Ross, 1919, p. 304)

Ces problèmes doivent être *énoncés de manière claire, précise et brève* (Ross, 1919, p. 302). La *longueur de l'énoncé* semble donc un critère important:

> Deux lignes de données, trois au plus, voilà ce que doivent comporter ceux qui sont bien faits. J'ai entre les mains une collection de problèmes, préparés aux États Unis, dans laquelle vous n'en trouverez pas, pour les huit années du cours, qui aient plus de trois lignes du texte. (Maurice, 1925–1926, p. 111)

Ces problèmes doivent être aussi *gradués du plus facile au plus difficile* (ce qui renvoie pour Mgr Ross, 1919, p. 301, à « gradués d'une opération simple à une opération plus complexe »), et ce en rapport avec les connaissances acquises des enfants. Il ne s'agit pas, nous dit l'Abbé Maurice, « de vouloir convertir la classe d'arithmétique en un cours de logique sur le raisonnement. Il est des maîtres qui visent tellement à développer cet acte de l'intelligence que jamais, à leurs yeux, les problèmes ne contiennent assez des difficultés accumulées » (1925-1926, p. 113).

Le souci de rejoindre l'enfant va par ailleurs faire apparaître un dernier critère: celui d'avoir *des problèmes variés et ce pour éviter la monotonie et l'ennui* (Ross, 1919, p. 301). La variété dont on parle ici n'a donc nullement une intention d'apprentissage (varier pour prendre en compte, par exemple, des aspects conceptuels), mais avant tout une intention de motivation. On peut toutefois constater, en regardant de plus près les problèmes présents dans les manuels, que cette variété reste limitée, ces derniers se référant en grande majorité à des problèmes de la vie courante (héritage, problèmes d'achats, de vente, salaires, etc.).

Les balises qui servent de points de repère pour choisir les problèmes sont donc principalement les suivantes: caractère pratique (et moral); exactitude des données; gradation (bien pensée du plus facile au plus difficile); variété.

Rôles attribués à la résolution de problèmes

La finalité pratique qui sous-tend le curriculum va influencer non seulement la nature des problèmes proposés mais aussi le rôle qu'on fera jouer aux problèmes dans cet enseignement. Ainsi l'Abbé Maurice (1925–1926) met en évidence l'importance de la dimension applications de connaissances quand il pointe que « de la page 125 à la page 132, le programme répète vingt fois applications nombreuses, applications faciles, applications pratiques, applications variées, exercices multipliés, etc », ou encore lorsqu'il résume l'intention de ce programme: « Mais au premier chef, il importe que chaque connaissance nouvelle . . . soit accompagnée d'applications nombreuses qui l'enfoncent en quelque sorte dans l'intelligence et la gravent à jamais dans la mémoire » (p. 93). Il s'agit, à travers ces multiples applications, de « faire mieux comprendre notions et opérations, les graver à jamais dans la mémoire, en rendre l'usage sûr et infaillible, enfin, donner une recommandable rapidité dans le calcul de tête et le calcul écrit » (p. 93).

Bien que cette fonction d'application associée aux problèmes soit l'élément central, un autre rôle est également souligné. La résolution de problèmes est aussi un *moyen de « raisonner les notions »*[12], comme nous le montre cet extrait: « il est admis que l'arithmétique, surtout par les problèmes, exerce et développe la réflexion, le raisonnement, l'habitude de l'effort, et que ceux [les problèmes] qui n'exigent rien de tout cela n'ont que la valeur de simples exercices sur les nombres » (Maurice, 1925–1926, p. 113). Ce raisonnement visé à travers les problèmes induit une certaine distinction entre problème et exercice (les tâches qui n'exigent ni réflexion, ni raisonnement, ni effort ne sont que des exercices et non des problèmes). Les moyens proposés aux enseignants pour aborder la résolution de problèmes viennent confirmer cette place du raisonnement et de la réflexion.

Conseils donnés aux enseignants pour approcher la résolution de problèmes avec les élèves

Cette intention de développer le raisonnement est ainsi reprise à travers ce que l'on va appeler d'une part *travailler à avoir une vue synthétique du problème, à en faire l'analyse* et, d'autre part, à *raisonner le problème* (Maurice, 1925–1926, p. 121–122).

Que recouvre l'analyse du problème? Dans le cas de problèmes complexes (ayant plus de deux données, faisant appel à des rapports non immédiats entre les nombres), nous dit l'auteur,

> il faut faire remarquer aux élèves et le démontrer par des exemples, qu'ils [ces problèmes] se réduisent tous à plusieurs petits problèmes simples dont la solution conduit petit à petit à la solution finale. Tout se résume donc à dégager les divers petits problèmes et à les résoudre dans un ordre qui produise la réponse demandée. (p. 121)

Ce raisonnement de type analytique sera précisé, comme nous le verrons plus loin. Deux stratégies plus précises sont ici mises en évidence pour aider à cette analyse du problème:

- *lire et relire le problème*, « pour en prendre une bonne connaissance d'ensemble, voir de quoi il s'agit, ce qu'on donne et ce qu'on demande » (p. 121). Il est important pour l'auteur de ne pas s'engager trop rapidement dans le problème, de ne pas se mettre à calculer trop vite. L'idée n'est sans doute pas tant de s'assurer de la compréhension du problème (une idée qui est aussi sous-jacente dans Ross, 1919, p. 303), mais d'assurer, de la part de l'élève, un contrôle sur le processus de résolution, et ce avant même de s'engager dans celui-ci.
- *forcer une anticipation de la nature de la réponse et de son ordre de grandeur:* « celle-ci [l'analyse] consiste à déterminer la nature de ce que fournira la réponse et aussi, approximativement, le nombre qu'elle donnera. Rien de plus important que ce premier travail qu'on n'habitue pas assez généralement les élèves à faire » (Maurice, 1925–1926, p. 121).

Sous *« raisonner le problème »*[13], on voit apparaître deux types de raisonnement, appelés *« analyse » et « synthèse »* (Ross, 1919, p. 303), qui seront mis à profit dans le processus de résolution. « L'analyse va de l'inconnue aux données tandis que la solution (encore appelée synthèse chez d'autres) va des données à l'inconnue »[14] (Maurice, 1925–1926, p. 125). La « solution raisonnée » du problème, nous dit l'auteur, implique les deux aspects. L'exemple de problème suivant illustre cette démarche analytique: « une femme achète 80 verges de toile pour faire des chemises. Que lui coûtera une chemise, si elle en fait 2 douzaines à 3 verges la chemise et si ce qui lui reste de toile vaut 2,40 $ » (voir Figure 2). Aborder le processus de résolution implique donc pour l'enseignant la mise en place d'une démarche analytique de décomposition du problème, partant de ce qui est inconnu pour remonter aux données.

Par ailleurs, le souci d'accessibilité des problèmes aux élèves (voir citation au début du point 3) va amener à conseiller aux enseignants des manières de faire pour « *rendre concrète la solution d'un problème* » (Ross, 1919, p. 302). La *simulation avec des objets concrets ou le dessin* jouera ici un rôle important, comme l'illustre cet exemple sur le problème suivant: « la différence entre

L'analyse, en effet, va de l'inconnue aux données, tandis que la solution va des données à l'inconnue. Je serais donc tenté, avec l'école belge, de proposer autre chose. Tout en conservant le partage de la feuille de cahier en deux, je placerais à ma gauche l'analyse en écrivant de bas en haut, et la solution à ma droite, de haut en bas. Les raisonnements qu'elles exigent se dégageront ainsi facilement de l'une et de l'autre.

Analyse.	**Solution.**
4) Nombre de verges de toile employées?	1) 3 verges × 24 = 72 verges.
3) Verges de toile qui restent?	2) 80 verges − 72 v. = 8 ver.
2) Prix d'une verge de toile.	3) $2.40 ÷ 8 = .30
1) Prix d'une chemise?	4) 0.30 × 3 verges = $0.90.
	Réponse.

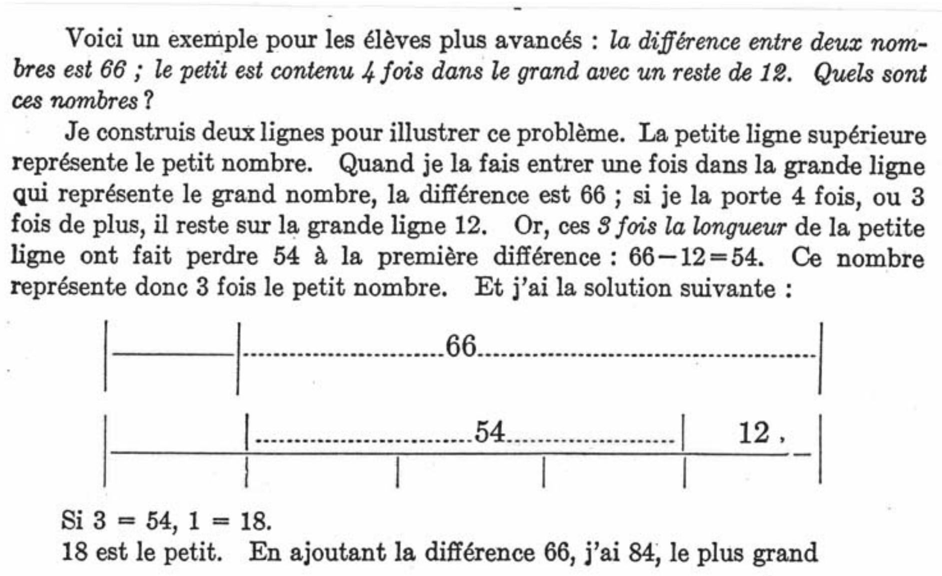
Dans les classes supérieures, il suffirait même de ne pas séparer ainsi le travail en deux tranches, de ne pas numéroter les parties et de placer le tout sous une seule rubrique: *solution raisonnée.*

FIGURE 2 Solution raisonnée. (Maurice, 1925-1926, p. 125)

deux nombres est 66; le petit est contenu 4 fois dans le grand avec un reste de 12. Quels sont ces nombres? » (voir Figure 3)

D'autres conseils ont trait à la *manière de rendre compte de la solution: une certaine disposition matérielle est ici exigée* à la demande spécifique du programme, comme nous le rappellent ces propos: « Chaque élève doit donc écrire dans son cahier au propre l'énoncé entier de chaque problème. L'usage contraire qui se contente de la solution ou des calculs est condamné et doit être proscrit, à moins de raisons spéciales » (Maurice, 1925–1926, p. 120).

On exige que l'élève dispose toute la suite de son travail avec ordre et clarté, après avoir fait séparément les calculs secondaires, afin que toute la marche suivie pendant la solution soit visible au regard. Enfin



Voici un exemple pour les élèves plus avancés : *la différence entre deux nombres est 66 ; le petit est contenu 4 fois dans le grand avec un reste de 12. Quels sont ces nombres ?*

Je construis deux lignes pour illustrer ce problème. La petite ligne supérieure représente le petit nombre. Quand je la fais entrer une fois dans la grande ligne qui représente le grand nombre, la différence est 66 ; si je la porte 4 fois, ou 3 fois de plus, il reste sur la grande ligne 12. Or, ces *3 fois la longueur* de la petite ligne ont fait perdre 54 à la première différence : 66 − 12 = 54. Ce nombre représente donc 3 fois le petit nombre. Et j'ai la solution suivante :

Si 3 = 54, 1 = 18.
18 est le petit. En ajoutant la différence 66, j'ai 84, le plus grand

FIGURE 3 Exemple de résolution prenant appui sur le dessin. (Mrg Ross, 1919, p. 302)

> on fait mettre la réponse en évidence, et on exige que l'élève, en la donnant, rappelle les termes mêmes dans lesquels le problème a été posé. (Ross, 1919, p. 303)

Dans cette façon de rendre compte d'une solution, les raisonnements demeurent importants: « on doit écrire tous ceux qui sont nécessaires à la précision du sens, sans exiger que la proposition soit toujours complète » (Maurice, 1925–1926, p. 124).

D'autres conseils valent également la peine d'être ici mentionnés. Ils ont trait au retour sur les problèmes, à leur correction par l'enseignant. *Une idée d'ouverture à diverses solutions et à leur exploitation* est ici en effet présente dès cette époque: « S'il y a plusieurs solutions possibles d'un seul problème, il nous faudra les admettre *toutes*, tout en recommandant celle qui paraît être la meilleure. Ce serait, je crois, une exagération, à moins de raisons spéciales, de n'en tolérer qu'une dans toute une école ou dans une classe, et, par conséquent, de vouloir imposer une façon unique d'analyser un problème et de le raisonner. La seule uniformité qu'on puisse exiger est celle qui consiste à la disposition matérielle des solutions raisonnées sur les cahiers de devoirs ». Même, « C'est le moment de comparer entre elles les diverses solutions possibles, de montrer pourquoi l'une est préférable à l'autre . . . » (Maurice, 1925–1926, p. 126)

Mentionnons enfin que l'on parle de *faire inventer des problèmes par les élèves* en lien avec la vie pratique, quotidienne: « Il est très à propos de faire inventer des problèmes par les élèves. On y arrivera en les amenant à observer les conditions dans lesquelles leur vie usuelle se déroule, et les problèmes qu'elle réclame relativement à la vie, à l'entretien des maisons, à la culture et à l'amélioration de la terre » (Ross, 1919, p. 301).

Ces divers conseils concernent ainsi tout autant les dimensions d'analyse du problème, les raisonnements que l'on cherche à développer, que les manières de rendre compte de la solution ou encore d'aborder les retours sur ces problèmes. Des idées clés traversent ce qui est ici privilégié: en lien avec le rôle de raisonnement associé à la résolution de problème (travailler l'analyse du problème, lire et relire le problème avant de s'engager dans la résolution, anticiper, raisonner le problème par une démarche analytique et synthétique, ne pas restreindre à une solution, seule une certaine disposition est exigée où le raisonnement doit apparaître, etc.); en lien avec l'accessibilité aux élèves, un support à cette résolution est pensé via le recours à des objets matériels ou au dessin.

LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES APRÈS LA SECONDE GUERRE MONDIALE (1948–1959): L'ÉMERGENCE DE NOUVELLES VISÉES

> Il [le nouveau programme] ne veut pas tant viser à faire acquérir un bagage important de connaissances qu'à former des intelligences et développer des personnalités, faire acquérir de saines habitudes de penser, de sentir et d'agir. L'accent est moins sur les matières à enseigner que sur la manière de les enseigner: la quantité de matière préoccupe moins que l'assimilation et le développement. (Vinette, 1947–1948, p. 5)

L'après-guerre provoque au Québec de sérieuses remises en question du système d'éducation. C'est une période associée au retour de la prospérité, à une certaine ouverture sur le monde et à une croissance démographique importante. On assiste alors à plusieurs tentatives d'ajustement d'un système d'éducation devenu désuet. C'est dans ce contexte global d'une certaine volonté de rattrapage qu'il faut situer les réformes nouvelles que l'on cherche à établir en mathématiques. Ces réformes sont guidées entre autres par trois principes qui amorcent un changement important en enseignement des mathématiques: 1) une fonction éducative associée à l'enseignement des mathématiques, comme en témoigne la citation de départ (former des intelligences, développer des personnalités, faire acquérir des habitudes de penser); 2) une idée d'adaptation de l'intervention à l'enfant, sans doute sous l'influence des travaux de psychologie de l'époque, qui veulent: mettre l'enseignement à la portée de l'enfant, ne pas aller plus vite que le développement mental de l'enfant ne le permet puisque celui-ci « est ce qu'il est et non pas ce que l'adulte le pense ou le voudrait. Comme l'école existe pour l'enfant et non l'enfant pour l'école, c'est à celle-ci de s'adapter à l'enfant en tenant compte de sa capacité physique, intellectuelle et morale, ainsi que de ses acquisitions, de ses besoins et de ses intérêts de toute nature » (Vinette, 1947–1948, p. 5); 3) la reconnaissance du rôle actif de l'élève dès lors que « l'enfant doit acquérir lui-même les connaissances qui figurent au programme, par la force de son esprit d'observation et de réflexion, de son jugement et de son raisonnement » (p. 5). Ces principes vont en particulier imprégner le travail en résolution de problèmes.

Rôles attribués à la résolution de problèmes

Dans les directives générales du programme de mathématiques de l'école primaire (1948), et plus tard du secondaire (1956), on retrouve la double visée appliquer et former: « l'enseignement de l'arithmétique doit faire acquérir à l'élève les connaissances utilisées dans la vie courante en cette matière; l'enseignement de l'arithmétique doit aussi contribuer à la formation de l'enfant » (Comité catholique du Conseil de l'instruction publique, 1948, p. 410).

Ce double rôle, appliquer et former, déjà présent en enseignement des mathématiques au cours de la période précédente, est donc réaffirmé, même si celui-ci ne l'est pas tout à fait dans les mêmes mots[15]. La résolution de problèmes apparaît ainsi non seulement comme un moyen d'appliquer les notions mais aussi de les raisonner. « Partout et à tous les degrés, ils [les problèmes] se présentent comme le moyen nécessaire de raisonner les notions apprises et de les appliquer » (Ross, 1952, p. 378). Une conférence pédagogique portant sur l'utilisation des problèmes dans les classes (Gervais, 1946–1947) confirme cette importance que l'on va accorder au raisonnement: « La mathématique implique avant tout l'exercice des fonctions mentales les plus élevées (...) et l'exercice de la logique mathématique qui dirige la marche à suivre pour la solution des problèmes » (p. 20).

Nature et caractéristiques des problèmes proposés

De manière explicite, les problèmes retenus cherchent à la fois à rejoindre les fonctions pratiques et de formation, comme en témoignent les deux premiers critères de choix, des problèmes pratiques mais aussi des problèmes forçant l'analyse.

- Des *problèmes pratiques,* à lier à la vie, à l'économie de tous les jours, appropriés à la vie usuelle. « Les calculs qui touchent les affaires de la maison sont de nature à intéresser les élèves et à leur montrer comment diriger un budget familial »[16] (Beaudry, 1947–1948, p. 65).
  - Ces problèmes doivent être *exacts et vrais dans leurs données* (Ross, 1952).
  - Ils sont intimement *liés à la visée de formation d'un « bon citoyen et chrétien »*. On parle « de problèmes d'arithmétique qui soient une leçon d'économie, de fierté nationale ou religieuse » (Vinette, 1947–1948, p. 8).
  - Par ailleurs, une première caractérisation de ce que l'on entend par problèmes[17] y apparaît, en lien avec cette dimension pratique*:* « par "problèmes", il ne faut pas entendre [sous-entendu seulement] les problèmes d'un manuel quelconque mais ceux de la vie, de la vie de l'enfant d'abord et de l'adulte ensuite » (Beaudry, 1947–1948, p. 64).
- Des *problèmes forçant l'analyse:* on fait ainsi appel à l'occasion dans les manuels à des problèmes sans donnée numérique ou avec donnée manquante: « Les problèmes où il manque une donnée sont d'un grand secours pour aider l'analyse » (Beaudry, 1950, p. 417). D'autres critères de choix vont par ailleurs apparaître en lien avec le principe d'adaptation à l'enfant (qui guide la conception du programme). Ils se traduisent, d'une part, par la nécessité de rejoindre l'intérêt de l'enfant, et d'autre part, de s'assurer de son accès (il faut que l'enfant puisse s'y engager réellement).
- Des *problèmes cherchant à rejoindre l'intérêt de l'enfant:*« Il faut simplifier les choses, il faut rester dans le champ de l'enfant, dans le monde qui le touche, dans le monde qui l'intéresse » (Beaudry, 1947–1948, p. 64). Plusieurs critères sont ici explicités dans le but de rejoindre cet intérêt:
  - *Partir du milieu de l'enfant:* On parle ici de se servir de l'instinct d'imitation de l'enfant, on mise sur sa tendance à imiter l'adulte pour penser des problèmes enrobés dans des mises en situation, des simulations, voire des jeux. « Pourquoi l'école n'exploiterait-elle

pas cette tendance en fournissant aux jeunes élèves de multiples occasions d'imiter les adultes? Pour que ce moyen provoque l'activité intellectuelle, il suffit que les activités proposées à l'imitation de l'enfant rendent nécessaires la possession des connaissances que l'on veut lui enseigner (...). Ainsi, coudre, cuisiner, tenir magasin ou bureau, rédiger et administrer un journal etc, sont autant d'activités adultes que les enfants imitent volontiers et pour lesquelles il faut des connaissances tant en langue maternelle qu'en arithmétique » (Vinette, 1947–1948, p. 13).

– *Être à l'affût des événements qui se passent* pour exploiter des problèmes en lien avec ceux-ci. « Les événements qui se passent et dont tout le monde a connaissance sont une mine très précieuse de sujets d'étude et de motivation » (Beaudry, 1947–1948, p. 66). On mise en quelque sorte ici sur des situations familières.
– *Impliquer l'enfant dans la situation*. La formulation de l'énoncé du problème ne s'exprime pas dans des termes neutres comme c'était le cas dans la précédente période. Comme nous le précise Beaudry (1950): « Plus l'enfant est mêlé à la situation, plus il a un rôle actif à jouer, plus il est intéressé; il faut donc qu'il soit très souvent mis en cause dans les problèmes (...) L'enfant qui lit le problème se voit agir » (p. 393). Pour s'assurer par ailleurs de l'accès possible du problème par les enfants, d'autres critères vont être explicités.

• *Des problèmes visualisables*. Les problèmes sont conçus pour permettre une visualisation de la situation (ce qui amène, on le verra, des conseils pour l'exploitation): « Il faut présenter à l'enfant des questions qui le touchent de près, lui faire analyser des situations qu'il voit, qu'il a vues ou qu'il peut facilement se représenter et uniquement ces questions là » (Beaudry, 1947–1948, p. 63). Un enjeu de compréhension conceptuelle est associé à cette dimension: «Faire comprendre les relations quantitatives en les enveloppant dans des faits, dans des problèmes que l'enfant peut facilement se représenter. Il faut qu'il "voit la scène" » (p. 68).

  – *La formulation de l'énoncé du problème doit en ce sens obéir à certains critères:* utilisation de termes descriptifs, d'une manière de structurer les phrases qui permettent de visualiser; le texte doit décrire les faits dans un ordre chronologique (facilitant leur visualisation): « Pour les jeunes élèves, le texte doit décrire les faits dans l'ordre chronologique » (Beaudry, 1950, p. 391).

Ce souci d'adaptation va enfin se retrouver dans:

• Un *choix de données qui disent quelque chose à l'enfant:* « (...) il faudra donc les envelopper [les relations qui unissent les quantités] dans des faits et dans des faits qui disent quelque chose aux enfants et non dans des faits qui les dépassent autant que les relations elles-mêmes » (Beaudry, 1947–1948, p. 64). « La même chose peut être dite de manières différentes, l'un rend le problème abstrait et l'autre concret » (Beaudry, 1950, p. 391).
• La *graduation* d'un niveau scolaire à l'autre des problèmes (une difficulté qui doit être proportionnée à l'âge de l'enfant, cette adaptation référant à la difficulté du problème autant qu'à l'intérêt qu'il présente pour l'enfant): « il est évident que pour s'adapter à l'enfant, il faut d'abord proportionner la difficulté de la matière ou des connaissances à la

capacité de celui-ci (. . .) Les problèmes seront choisis avec grand soin afin d'être autant que possible à la portée des élèves auxquels ils sont destinés » (Vinette, 1947–1948, p. 9).

- On retrouve enfin certains critères présents précédemment, tels celui d'un énoncé « clair, précis et bref » et de problèmes « variés pour éviter la monotonie et l'ennui » (Ross, 1952, p. 378).

Les balises qui servent de points de repère pour choisir les problèmes sont donc principalement les suivantes: caractère pratique (et moral; exactitude des données), forçant l'analyse (sans donnée numérique, donnée manquante), adaptés à l'enfant (rejoignant son intérêt, visualisables), gradués (adaptés aux connaissances de l'enfant et à son intérêt).

Conseils donnés aux enseignants pour approcher la résolution de problèmes avec les élèves

Des stratégies nouvelles sont suggérées aux enseignants pour aborder la résolution de problèmes avec les élèves. Celles-ci résultent de l'importance accordée, comme nous l'avons vu précédemment, à la visualisation du problème. Cette visualisation traverse les différentes étapes du processus de résolution. On conseillera ainsi de:

- *Se représenter, de visualiser l'histoire*: « Il faut entraîner les enfants à se représenter la scène, à voir ce qui se passe. On peut souvent leur demander de se fermer les yeux, de s'imaginer ce que décrit le problème » (Beaudry, 1950, p. 410).
- *Prendre des objets concrets* pour simuler concrètement la situation (Mgr Ross, 1952, p. 407).
- *D'illustrer par un dessin* (Ross, 1952, p. 379), une stratégie que l'on retrouvait, dans ce cas, à la période précédente. Les exemples suivants (Beaudry, 1950, p. 409) illustrent cette importance du dessin pour rendre concrète la résolution du problème, ainsi que la puissance qu'offre ce dessin comme support au raisonnement (cf figure 4).

Le rôle actif accordé à l'enfant dans le programme de 1948 va par ailleurs renforcer une stratégie présente à la précédente période, mais qui semble prendre ici une importance plus grande:

- *Faire composer, inventer des problèmes par les élèves,* à partir d'une opération donnée (pour donner du sens aux opérations) ou en partant de la vie usuelle. Ainsi Beaudry (1947–1948) conseille aux enseignants « de chercher à donner le sens des opérations en faisant composer des problèmes » (p. 68); « de poser une opération chiffrée avec la réponse et de faire composer aux élèves un problème qui demande cette opération » (Beaudry, 1950, p. 410). Monseigneur Ross (1952) reprend l'idée de faire observer les conditions dans lesquelles leur vie usuelle se déroule et les problèmes dont elle réclame la résolution.

L'accent mis sur l'analyse du problème va conduire par ailleurs à reprendre plusieurs des stratégies mises de l'avant précédemment, en précisant davantage leurs fondements, les raisons en arrière. À cet effet, les commentaires didactiques fournis par les auteurs à leur propos sont instructifs:

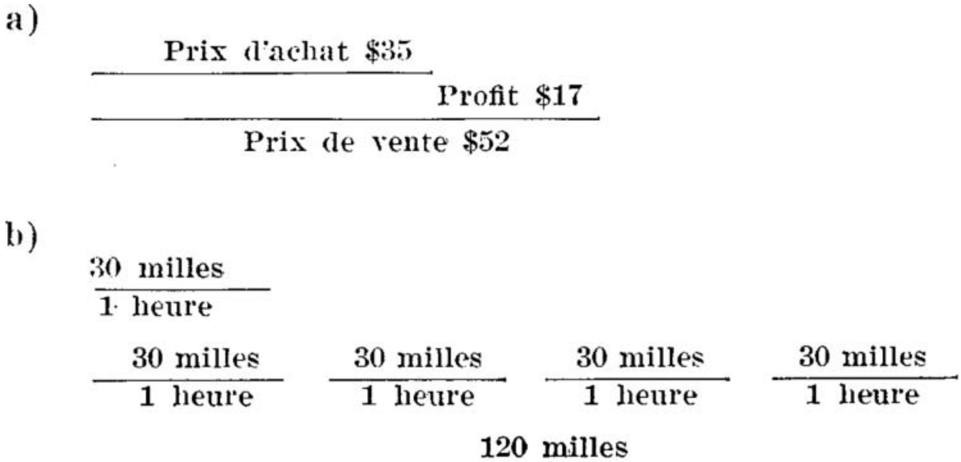


FIGURE 4 Recours au dessin dans la résolution de problèmes. (Beaudry, 1950, p. 410)

- *Prévoir la nature et la valeur de la réponse*. « Une sage politique est d'entraîner les enfants à prévoir la nature et la valeur de la réponse ». Ceci, nous dira l'auteur, « empêche bien des réponses absurdes et impossibles » (Beaudry, 1950, p. 397).
- *Décomposer le problème s'il est complexe*. On retrouve ici les deux procédés mis de l'avant à l'époque précédente, le *procédé synthétique et le procédé analytique*. Le premier « part des données, c'est-à-dire que l'on se demande ce qu'il est possible de trouver avec deux des quantités données, puis avec ce que l'on vient de trouver et une autre des données; ainsi de suite jusqu'à ce que l'on trouve deux quantités qui nous permettent de trouver la quantité cherchée » (Beaudry, 1950, p. 398). Le second « part de ce qui est demandé pour remonter aux données; on se demande ce qu'il faut d'abord trouver pour être en mesure de calculer ce que demande le problème » (p. 399). Ainsi dans le cas du problème suivant, la synthèse et l'analyse correspondraient aux raisonnements résumés ci-dessous (cf tableau 1): « Votre

TABLEAU 1
Synthèse et Analyse

Synthèse	Analyse
Il est possible de trouver le nombre de cravates achetées: $3 \times 12 = 36$	Qu'est-ce que je cherche? Le profit.
Avec ce nombre et le prix de vente de chacune d'elles, il est possible de trouver le prix de vente total: $36 \times 1{,}25\ \$ = 45\ \$$	Qu'est-ce qu'il me faut pour le trouver?
On peut aussi trouver le prix d'achat:	Le prix de vente et le prix d'achat.
$3 \times 9{,}60\ \$ = 28{,}80\ \$$	Quelles sont les données qui vont me permettre de le trouver?
Maintenant il est possible de trouver le profit.	Le prix de vente (ou d'achat) d'une cravate et le nombre de cravates.
	L'analyse est terminée lorsque toutes les quantités nécessaires sont déterminées.

papa est marchand. Il achète 3 douzaines de cravates à 9,60 $ la douzaine, il les revend 1,25 $ chacune. Combien de profit fait-il sur cette vente? » (Beaudry, 1950, p. 398–399)
Le premier procédé, nous dit l'auteur,

> est moins logique et moins savant mais plus facile pour les enfants. D'ailleurs, c'est le procédé souvent employé par les élèves devant les problèmes dont ils n'ont pas une vue d'ensemble; c'est un genre de tâtonnement, de trouvaille en trouvaille, on arrive aux données qui permettent le calcul de la quantité cherchée (. . .) Cependant ce procédé n'est pratique que dans les problèmes de manuel où toutes les données sont réunies dans un court texte. Il n'est pas possible de l'employer dans un problème de la vie (. . .) D'autre part, l'analyse est un travail difficile pour l'enfant mais il faut l'y entraîner puisque ce sera son instrument de travail dans la vie adulte. (Beaudry, 1950, p. 400)

Enfin cet accent mis sur le raisonnement conduira aussi à recommander aux enseignants *d'éviter les recettes, le recours à des solutions imposées et à une certaine disposition de la solution.* Le non recours à une solution unique était déjà présent dans la période précédente, mais il est ici renforcé: « Pour ne pas tuer la spontanéité, il ne faut jamais exiger que les élèves prennent tel ou tel procédé pour trouver leur réponse. . .une manière peut être plus longue qu'une autre mais si l'enfant l'a comprise félicitons-le » (Beaudry, 1950, p. 417). On voit par ailleurs apparaître ici de nouveaux conseils. On soulève ainsi le danger du recours aux mots clés dans la résolution de problèmes pour ceux qui seraient tentés d'utiliser une telle recette: « Plusieurs enfants se guident sur certains mots pour faire le choix de l'opération. Il faut les mettre en garde contre ce procédé et le professeur ne doit jamais donner de ces recettes » (Beaudry, 1950, p. 410). De la même façon le recours à une certaine disposition matérielle, ce que l'on retrouvait avancé dans la précédente période, peut nuire à la résolution, un conseil donc à ne pas mettre d'insistance sur une certaine disposition: « Certains professeurs exigent des dispositions qui sont plus complexes que les problèmes eux-mêmes. Les enfants ont assez de difficultés sans leur en imposer d'autres. Une disposition simple peut aider à la solution. On peut voir facilement si la disposition qu'on demande nuit à la solution; il suffit, à un moment donné, de laisser les enfants procéder comme ils l'entendent. S'ils aiment mieux ce genre de travail et s'ils réussissent mieux, c'est un signe évident que nos exigences ne conviennent pas » (p. 418). Pourtant cet extrait de l'examen final (Départment de l'instruction publique, 1950) destiné à certains niveaux montre que nous sommes loin de la prise en compte de ce conseil (cf figure 5).

D'autres stratégies d'enseignement seront également proposées telles avoir recours à une preuve (au sens d'un procédé de vérification) ou généraliser les questions, mais ce qui précède met bien en évidence ce qui était en quelque sorte valorisé à cette époque et toute l'importance que revêt l'analyse du problème, le caractère raisonné de la résolution et le rôle clé que joue la visualisation dans ce raisonnement.

Des idées clés traversent l'ensemble des stratégies proposées: faire vivre le problème, le visualiser (importance de cette visualisation, du support du dessin, des objets concrets), raisonner le problème (importance de l'anticipation, de la démarche analytique), impliquer l'enfant (faire composer des problèmes), éviter les recettes, les solutions imposées et les modèles de présentation plus complexes que la résolution elle-même.

10 10.—Louise achète $\frac{1}{2}$ douzaine d'œufs à \$0.48 la douzaine.
Combien lui remettra-t-on si elle donne \$1.00 pour payer?

(Écrivez ici votre solution) *(Faites ici les opérations)*

10 11.—Un écolier veut s'acheter une bicyclette de \$45.00. Il gagne \$0.75 chaque samedi. Après 38 samedis de travail, combien lui manque-t-il encore pour acheter sa bicyclette?

(Écrivez ici votre solution) *(Faites ici les opérations)*

10 12.—Lundi, Lise achète $5\frac{3}{4}$ livres de viande et le samedi elle en achète $4\frac{3}{4}$ livres. Combien a-t-elle acheté de livres de viande cette semaine-là?

(Écrivez ici votre solution) *(Faites ici les opérations)*

100: total

FIGURE 5 Exemple de disposition matérielle attendue. (Département de l'instruction publique, 1950)

L'ENSEIGNEMENT DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DANS LES ANNÉES 1960–1970: UNE PLACE EN RETRAIT

> Le programme-cadre de mathématiques a pour objectif général de permettre à l'enfant, tout en le préparant à des études ultérieures, de s'initier dans un contexte qui fait appel à son initiative et sa créativité, à ce mode de pensée et d'expression qui caractérise la mathématique et qui joue un rôle de plus en plus important dans la société contemporaine. (Ministère de l'Éducation du Québec, 1976, p. 7)[18]

Le défi majeur du Québec des années 1960–1970 est celui de rendre l'école accessible à tous. Cette visée d'accessibilité va initier un courant de réformes majeures affectant l'ensemble du système éducatif. Elles conduiront notamment à la création du Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ) en 1964, de commissions scolaires pour assurer l'accès à l'école primaire et secondaire partout au Québec, de collèges d'enseignement général et professionnel (Cégep) pour garantir sur tout le territoire la gratuité et l'accessibilité aux études post-secondaires, ainsi qu'à la création du réseau de l'Université du Québec contribuant à décentraliser le réseau universitaire sur tout le territoire. « Jamais dans son histoire, le Québec n'a consacré autant d'efforts à l'éducation. La réussite est sans contredit de rendre l'école accessible à tous et d'améliorer considérablement la scolarisation » (Bednarz, 2002, p. 154). Cette vaste réforme du système éducatif (pour plus de détails à ce sujet, voir Bednarz, 2002) ne va pas s'attaquer uniquement aux structures mais également à l'enseignement. La formation des enseignants devient la responsabilité des universités et des programmes de formation à l'enseignement des mathématiques y sont développés, des initiatives de formation continue se mettent graduellement en place (Cours de Recyclage et de Perfectionnement en Mathématiques dès 1966; PERMAMA dans les années 1970), puis des associations professionnelles en enseignement des mathématiques se constituent (AMQ, GRMS, APAME)[19].

C'est dans ce contexte bouillonnant de changements que s'inscrit l'arrivée d'un programme-cadre en mathématiques (1970) qui cherche à initier un mouvement de renouvellement de l'enseignement des mathématiques dans les écoles. Ce programme, fait unique au Québec, ne définit que les grandes lignes d'un enseignement des mathématiques, laissant place à divers aménagements possibles par les équipes régionales. Cette façon d'envisager la conception même du programme d'études se situe en rupture avec la conception traditionnelle, peu flexible, d'un programme uniforme pour tous.

> L'idée du programme-cadre au niveau du ministère remonte au rapport Parent. Dans l'optique du rapport, il s'agissait d'opérer une décentralisation pédagogique au niveau des régionales qui permette une meilleure adaptation à des situations régionales diversifiées et aux différences individuelles des étudiants. Il s'agissait également de favoriser une évolution graduelle de la pédagogie. (Paquette, 1976, p. 4)

L'idée de programme-cadre est un élément parmi d'autres, mais un élément important, pour comprendre le mouvement d'innovations qui a caractérisé cette époque. Différents projets ont pris effectivement place, supportés par des initiatives de perfectionnement des enseignants en mathématiques, cherchant à actualiser localement les orientations mises de l'avant (voir à ce sujet Gaulin, 1982). Les objectifs mathématiques de ce programme-cadre et son contenu traduisent une vision structuraliste des mathématiques (on parle de « nouvelles mathématiques », de « mathématiques modernes »): ils mettent l'accent sur les concepts unificateurs (ensembles, relations, fonctions, etc.) et la manière dont on aborde le travail sur les nombres ou la géométrie est influencée par cette vision ensembliste, à l'image de ce qui s'est passé ailleurs dans le monde. Cette conception dite « moderne » touche à la fois le contenu et la manière d'approcher les mathématiques. Quelle est la place de la résolution de problèmes dans ce contexte?

Place et rôles attribués à la résolution de problèmes

Si une référence à « mathématiser une situation » apparaît dans l'objectif général du programme-cadre et si un des objectifs pédagogiques (un objectif sur cinq) réfère au mot problèmes, la résolution de problèmes n'occupe pas une place centrale dans ce programme: elle n'est nullement reprise par la suite dans les objectifs mathématiques ni dans la description des thèmes généraux du programme (concepts unificateurs, nombres naturels, nombres entiers relatifs, fractions et nombres décimaux, géométrie, mesures[20]). L'accent est davantage mis sur « l'exploration et l'apprentissage de concepts, de propriétés, relations, régularités ou structures mathématiques; une familiarisation progressive avec certains éléments verbaux, graphiques, symboliques du langage mathématique (. . .) » (MEQ, 1970, p. 8). Ainsi ce programme, nous dit-on, vise « à favoriser l'apprentissage par l'enfant de concepts fondamentaux et d'un certain nombre de techniques utiles; à l'initier à des formes divergentes du langage mathématique; à lui faire pressentir le caractère structurant de l'activité mathématique, (. . .) » (p. 7). C'est à travers la dernière phrase de cet objectif spécifique du programme-cadre, « l'habileté à mathématiser une situation et à appliquer des solutions appropriées », qu'on peut entrevoir une certaine place accordée aux problèmes. Cette habileté sera précisée dans le guide pédagogique (MEQ, 1974) associé au programme-cadre: elle renvoie au fait de « traduire une situation en termes mathématiques (par des relations numériques, par des graphiques, par des figures géométriques, etc), puis à faire des calculs ou des raisonnements sur les données mathématiques obtenues, pour enfin appliquer les conclusions ou les résultats obtenus à la situation initiale » (MEQ, 1974, p. 27). Notons que le terme « problème » n'est pas utilisé dans cet objectif mais bien celui de situation, rejoignant les observations faites par Artigue et Houdement (2007) dans le contexte français.

Le rôle de la résolution de problèmes est par ailleurs quelque peu précisé. Il apparaît d'une part comme une occasion d'utiliser des connaissances et des techniques apprises: « c'est surtout là le rôle qu'ils remplissent traditionnellement dans les manuels (. . .) Il suffit de penser par exemple à certains problèmes de la vie courante: achats dans un magasin, mesures de longueurs ou de surfaces ou de capacités, etc » (MEQ, 1974, p. 27). Un rôle nouveau, d'autre part, apparaît: « les problèmes peuvent jouer le rôle de situations pédagogiques pour amorcer l'apprentissage de concepts ou propriétés mathématiques, en particulier pour motiver les élèves, pour leur permettre d'explorer ou de découvrir certains faits mathématiques » (p. 27). Enfin les problèmes sont « l'occasion de développer la pensée mathématique des élèves, et de développer progressivement chez eux des stratégies de résolution qui soient applicables dans de nouvelles situations » (p. 27). Cette fonction de développement de la pensée sera quelque peu précisée ultérieurement dans le programme-cadre revisité (MEQ, 1976): elle renvoie à « la pensée divergente (par exemple la capacité de trouver plusieurs solutions à un problème ouvert ou l'élaboration progressive de stratégies de résolution de problèmes), au jugement (par exemple, la capacité de choisir une solution acceptable ou préférable dans une situation où il y a des contraintes ou des choix à faire) » (p. 7).

Qu'est-ce qui se dégage de l'analyse de ce programme-cadre sur les autres aspects?

Les documents nous informent peu sur la nature des problèmes proposés et ne donnent aucune indication sur les conseils donnés aux enseignants. Un seul critère ressort, celui d'une nécessaire variété: « varier la nature et la présentation et éviter les problèmes stéréotypés et peu motivants pour les élèves » (MEQ, 1974, p. 27). Cette variété semble attachée davantage à des objectifs pédagogiques (communs, nous disent les concepteurs du programme, à l'enseignement d'autres disciplines): « L'utilisation en classe de *situations et de problèmes* suffisamment diversifiés, tant par leur nature que par les objectifs qu'ils permettent de viser plus spécifiquement, de façon à atteindre un apprentissage plus efficace de concepts et de techniques mathématiques

(. . .) » (MEQ, 1976, p. 7). On parlera de problèmes de type convergent (par exemple, trouver le produit de. . .; parmi les cinq figures suivantes, laquelle. . .) et de problèmes de type divergent, en particulier ouverts (ex. Comment pourrait-on classifier ces objets? Peux-tu trouver des régularités? Peux-tu imaginer des problèmes semblables? » (MEQ, 1974, p. 27). Cette variété est également associée à différentes entrées possibles dans le problème (« problèmes suscitant divers types de comportement: manipulation d'objets, comportement verbal, écrit, gestes » [p. 27] et à différentes modalités de gestion en classe (problèmes destinés à une classe, à une équipe, problèmes passés individuellement).

Même si les propos précédents annoncent un changement de cap important dans le rôle attribué à la résolution de problèmes (comme amorce à l'apprentissage de concepts et propriétés), un rôle qui sera repris dans les programmes suivants, l'analyse montre que la résolution de problèmes n'occupe pas dans ce programme une place centrale: on ne trouve dans le fascicule A du guide pédagogique qu'une seule page (MEQ, 1974, p. 27) sur 32 consacrée à ce thème[21], alors qu'un fascicule complet lui sera consacré dans les années 80.

LES ANNÉES 1980 ET 1993: UN RETOUR À L'AVANT-PLAN DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

> Un enseignement qui viserait à faire comprendre le mieux possible et au plus grand nombre possible de citoyens ce que sont et ce que ne sont pas les mathématiques devrait aboutir aux trois éléments de formation suivants: une façon de penser qui fournit un instrument extrêmement puissant pour analyser ses expériences, un complément de culture qui peut améliorer l'intérêt et le plaisir de vivre, et enfin un langage important, essentiel à la communication des idées et à l'expression des buts de la société. (MEQ, 1980, p. 6)

Les articles professionnels des années 80 et 90 témoignent d'une grande importance accordée à la résolution de problèmes. À titre d'exemple, plusieurs des numéros de la revue *Instantanés mathématiques* (revue publiée par l'Association des Promoteurs pour l'Avancement de la Mathématique à l'Élémentaire [APAME]) parus au cours de cette période contiennent des articles dédiés à la résolution de problèmes. Ces articles, rédigés par des enseignants, des conseillers pédagogiques ou encore des didacticiens des mathématiques, présentent des réflexions, suggèrent des problèmes à expérimenter en classe (en particulier ceux liés au *Mathémathlon*[22]), relatent des expérimentations réalisées auprès d'élèves en relation avec la résolution de problèmes, proposent des *modèles* de stratégies de résolution de problèmes (voir notamment Allard, 1995; Grignon, 1983), ou encore donnent des conseils aux enseignants relativement à la résolution de problèmes, et plus particulièrement relativement au concours *Mathémathlon*. Pour Dionne et Voyer (2009), invités à prononcer une conférence sur « 50 ans d'enseignement des mathématiques au Québec », on assiste au cours de cette période à une véritable « consécration » de la résolution de problèmes. Il vaut tout de même la peine d'attirer l'attention du lecteur sur le fait que 1980 marque seulement le début de ce mouvement. En effet, cette consécration ne se fait pas du jour au lendemain, mais plutôt de manière graduelle tout au cours de cette période.

La période 1980–2000 débute par la parution d'un nouveau programme au primaire (MEQ, 1980), elle se poursuit en 1988 par la publication d'un document d'accompagnement portant spécifiquement sur la résolution de problèmes—le *Fascicule K* du *Guide pédagogique* (MEQ, 1988)—, puis en 1993 (et les années qui suivent) par la parution d'un programme pour le secondaire (MEQ, 1993, 1994). Dans le programme de 1980, une certaine insistance est mise sur la résolution de problèmes, qui est associée à une volonté clairement exprimée de mettre davantage en lumière les liens qui existent entre les mathématiques et la réalité. L'APAME, dans un rapport présenté au Conseil Supérieur de l'Éducation, voit dans cette volonté le principal élément qui distingue le programme de 1980 du programme-cadre de 1970:

> Du point de vue pédagogique, les grandes orientations du programme de 1980 sont essentiellement les mêmes que celles du programme de 1970–1974. Cependant, le programme de 1980 met davantage en lumière le lien souhaitable entre les mathématiques enseignées et la réalité. On y recommande, en effet, de partir de situations vécues [réelles ou simulées] pour susciter des apprentissages mathématiques et d'appliquer les connaissances mathématiques à des situations de la vie courante. (APAME, 1982, p. 5)

La résolution de problèmes n'est toutefois pas réellement intégrée dans le *Programme d'études* lui-même (MEQ, 1980), qui consiste essentiellement en une liste d'objectifs généraux, terminaux et intermédiaires. Ce découpage uniforme par cycles marque un retour à un programme précis, structuré, détaillé faisant en quelque sorte contrepoids au programme-cadre de 1970. Les objectifs en lien avec la résolution de problèmes, comme par exemple « résoudre mentalement ou par écrit des problèmes tirés de sa vie réelle » (MEQ, 1980, p. 14) ou encore « élaborer et appliquer des démarches permettant de résoudre des problèmes reliés aux relations spatiales » (p. 16) se trouvent noyés dans cette longue liste d'objectifs. Les changements fondamentaux auxquels l'approche par résolution de problèmes devait être liée ne se produisent pas, du moins aux yeux du Conseil Supérieur de l'Éducation. Dans un *Avis au ministre de l'éducation*, il reproche au *Programme d'études* de 1980 d'avoir donné lieu à de multiples interprétations et exprime un mécontentement face à la manière dont l'approche par résolution de problèmes qui y était préconisée a été implantée dans les écoles:

> De façon particulière, dans l'implantation du programme, l'« approche par résolution de problèmes » a été escamotée, voire même presque ignorée, laissant place à de multiples interprétations (...) Or, plusieurs enseignants n'auraient vu dans cette option que la nécessité d'accentuer la présentation de problèmes raisonnés ou d'y consacrer plus de temps. Cette confusion est inquiétante pour la réalisation des changements fondamentaux auxquels ce type de démarche est si intimement lié. (Conseil supérieur de l'Éducation, 1985, p. 14)

En 1988, le Ministère de l'Éducation du Québec consacre un fascicule complet (75 pages)—le *Fascicule K* (MEQ, 1988)—de son *Guide pédagogique* à la résolution de problèmes. Ce document clarifie plusieurs aspects de la résolution de problèmes et précise, au moyen d'une vingtaine de recommandations, une orientation générale à donner à un enseignement des mathématiques qui mettrait davantage l'accent sur la résolution de problèmes. Comme le remarque Bednarz (2002), des indices importants quant à un changement de paradigme apparaissent dans le *Fascicule K*, mais il faudra attendre le programme du secondaire (MEQ, 1993, 1994) pour que s'actualise réellement cette orientation. Ainsi, un des deux grands principes pédagogiques à la base du *Programme d'études* du secondaire (MEQ, 1993, 1994) est de « [f]avoriser le processus de résolution de problèmes à toutes les étapes de l'apprentissage » (MEQ, 1993, p. 16) et ce principe imprègne tous les objectifs du programme. Ce nouveau *Programme d'études* du secondaire (MEQ, 1993, 1994), s'il devait être analysé sur le plan de ses finalités et de la nature de ses objectifs, ne pourrait pas être considéré en continuité avec celui de 1980. Cependant, sur le plan de la résolution de problèmes, il peut être considéré en quelque sorte comme l'aboutissement du cheminement décrit précédemment.

Rôles attribués à la résolution de problèmes

Dans un numéro spécial de la revue *Instantanés mathématiques*, Lukenbein (1984–85) fait état d'un changement important de signification de la notion de problème en enseignement des mathématiques, un changement qu'il perçoit notamment dans le document *An Agenda for Action* du National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980) et dans le programme de mathématiques de 1980 (MEQ, 1980). Pour lui, un des phénomènes observables (dans l'enseignement des mathématiques) qui caractérise l'évolution de la notion de problème est le changement de son rôle:

> (...) le rôle d'exercice d'application qui lui a été attribué et qui l'a placé au terme d'une unité d'enseignement a changé graduellement en celui de mise en situation et de cadre d'apprentissage qui place le problème davantage au début d'une unité d'enseignement tout en fournissant le cadre d'une activité d'apprentissage. (Lukenbein, 1984–85, p. 6)

Dans le *Fascicule K* (MEQ, 1988), le Ministère de l'Éducation du Québec pose une question qu'il juge lui-même fondamentale, à savoir: « Pourquoi est-ce si important de mettre l'accent sur la résolution de problèmes en mathématiques au primaire?» La réponse fournie dans le même document traduit un élargissement substantiel du rôle de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques. Elle met en évidence en fait un double rôle pour la résolution de problèmes, à savoir qu'elle est à la fois un objet d'étude—soit une *habileté de base* à développer—et une approche pédagogique, c'est-à-dire un *moyen à privilégier dans l'enseignement* de la mathématique au primaire (MEQ, 1988, p. 51). Ainsi, d'un moyen pour *appliquer* et *raisonner* les notions acquises, la résolution de problèmes mathématiques passe à un moyen à privilégier dans l'enseignement:

- pour *explorer* et *construire* de nouvelles connaissances mathématiques: concepts, propriétés, algorithmes, techniques, procédés, ...
- pour *réinvestir* des connaissances mathématiques, que ce soit pour *élargir*, *approfondir, intégrer* ou *appliquer* certaines connaissances.

Aussi, d'un moyen pour *développer* le raisonnement, elle passe à un moyen de *développer* des habiletés intellectuelles, dont l'estimation, la généralisation, l'organisation, l'abstraction, l'analyse, la déduction, la justification, etc. Elle permet aussi de développer des *attitudes positives* (prendre conscience de ses capacités, respecter le point de vue des autres, être imaginatif et créatif autant que rigoureux et précis, etc.) et des *stratégies* de résolution de problèmes.

Dans le programme d'études du secondaire qui paraît en 1993, le double rôle de la résolution de problèmes mis en évidence dans le *Fascicule K* est repris textuellement et il transparaît clairement dans la construction même du programme. D'une part, *gérer une situation problème*[23] est un des objectifs globaux du programme et *résoudre des problèmes* fait l'objet de plusieurs objectifs terminaux. D'autre part, un des deux grands principes pédagogiques devant guider l'enseignant dans son travail consiste à « [f]avoriser le processus de résolution de problèmes à toutes les étapes de l'apprentissage » (MEQ, 1993).

Nature et caractéristiques des problèmes proposés

Au cours des époques précédentes, la notion de problème était mise en opposition à celle d'exercice, avec l'intention avouée de distinguer les deux. Ainsi, les tâches n'exigeant ni réflexion, ni raisonnement, ni effort étaient considérées comme des exercices. Le programme de 1980 met en garde aussi l'enseignant contre une confusion entre problème et exercice (MEQ, 1980, p. 6) et propose la définition suivante d'un problème (laquelle sera reprise par la suite dans les autres documents officiels):

> Un problème, c'est une situation dans laquelle un but est visé, mais dont les moyens pour l'atteindre sont inconnus. De plus, il n'y a problème que si le sujet s'y engage consciemment et que si ses actions ne relèvent ni de l'habitude ni de l'instinct. (MEQ, 1980, p. 6)

De cette définition découle une caractéristique importante des problèmes, qui n'apparaissait pas aux époques précédentes, à l'effet que *la notion de problème est relative*, c'est-à-dire qu'un problème pour un élève donné n'en est peut-être pas un pour un autre (MEQ, 1988).

Une distinction entre différents types de problèmes apparaît aussi dans le *Fascicule K*, découlant du nouveau rôle attribué à la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques. En effet, on établit dorénavant une distinction entre les problèmes donnant lieu à un réinvestissement de *connaissances déjà acquises* et ceux donnant lieu plutôt à la *création de connaissances nouvelles.*

> [La première catégorie] comprend des problèmes dont la résolution nécessite le choix par l'élève d'une combinaison adéquate de connaissances déjà étudiées ou d'habiletés déjà développées, parmi plusieurs combinaisons qu'il a rencontrées auparavant. (MEQ, 1988, p. 15)

> [La deuxième catégorie] comprend des problèmes dont la résolution nécessite la création d'une combinaison originale de connaissances et d'habiletés, beaucoup d'indépendance d'esprit ainsi que l'utilisation de raisonnements plausibles. (MEQ, 1988, p. 15)

À l'époque précédente, soit celle d'après-guerre, le principe d'adaptation à l'enfant s'est concrétisé en particulier par des problèmes cherchant à rejoindre l'intérêt de l'enfant. Cette idée de proposer à l'enfant des problèmes *intéressants* est toujours présente dans le *Fascicule K* et elle est associée à une autre, à l'effet que les problèmes doivent aussi être *motivants.* Cette fois, l'intention derrière est de stimuler positivement l'affectivité des élèves. Le rôle clé que joue l'affectivité (dont les sensations, émotions et attitudes affectives de tous genres) dans la résolution de problèmes en mathématiques est effectivement clairement mis en évidence dans le *Fascicule K* et pris en considération dans les critères de choix des problèmes. Il est toutefois mentionné qu'« en soi, aucun problème n'a de vertu magique pour motiver tous les élèves » (MEQ, 1988, p. 24). Aussi, si peu d'indices sont donnés quant aux caractéristiques d'un problème *intéressant* ou *motivant*, davantage d'indices sont donnés quant à celles d'un problème qui aurait pour effet de démotiver les élèves. Ainsi, l'enseignant est invité à choisir non seulement les problèmes qu'il propose mais aussi le moment le mieux approprié pour les utiliser puisqu'un problème intéressant, par exemple, pour des élèves de 10-11 ans pourrait être décourageant pour des élèves de 7-8 ans. Autrement dit, suivant le *Fascicule K*, un problème non accessible à l'élève (parce que trop difficile pour lui) est un problème qui risque de s'avérer non motivant et non intéressant.

L'idée suivant laquelle les problèmes doivent être variés, présente aux deux époques précédentes (avant 1945, de 1945 à 1960), est reprise ici. La variété de problèmes dont il est question ici est toutefois beaucoup plus grande ! Alors que précédemment elle ne reposait que sur les contextes (qui étaient tous en lien avec la vie réelle de l'enfant), elle repose dorénavant sur:

- *les types de contextes*: réels, réalistes, fantaisistes (i.e. un pur fruit de l'imagination, sans fondement dans la réalité), purement mathématiques;
- *le nombre de solutions*: une seule solution, un nombre fini de solutions, une infinité de solutions et aucune solution;
- *l'adéquation des données* fournies: données complètes, superflues, manquantes, insuffisantes;
- *les modes de présentation* utilisés (énoncé écrit, énoncé oral, accompagné de dessins, tableaux, figures, graphiques, schémas, matériel de manipulation, gestes).

Simplement en ce qui a trait au type de contexte, on assiste à une explosion des problèmes pouvant dorénavant être considérés. En effet, alors qu'aucune *curiosité* ou aucun énoncé *fantaisiste* n'étaient tolérés et que seuls les problèmes en rapport avec la vie réelle de l'enfant étaient jugés pertinents aux précédentes époques, les problèmes à contexte fantaisiste et ceux à contexte purement mathématique ont dorénavant leur place !

L'intention derrière cette idée de varier les problèmes n'est pas toutefois précisée clairement dans le *Fascicule K*. Si on peut penser que cette variété vise des apprentissages (connaissances, habiletés, stratégies de résolution) variés, on ne trouve pas de remarque explicite à ce sujet; les critères de diversification sont fournis et sont illustrés à l'aide d'exemples mais les raisons derrière ces critères de diversification n'apparaissent nulle part dans le *Fascicule K.*

En ce qui a trait aux modes de représentation, Laforest (1984–1985) rappelle aux enseignants qu'il faut éviter de confondre la notion de *problème* avec celle de *problème écrit*, que ce dernier n'est qu'une forme possible de problème:

> (...) le mot problème ne veut pas dire problèmes écrits. Les problèmes écrits ne sont qu'une forme de problèmes et, dans la vie quotidienne, la forme la moins courante. Il faut donc, pour bien comprendre (...) l'orientation didactique fondamentale du nouveau programme de mathématique, accorder au mot problème le sens d'une situation devant laquelle un élève est, a priori, pris au dépourvu, que les données lui soient fournies par écrit ou non. (Laforest, 1984–1985, p. 27)

Conseils donnés aux enseignants pour approcher la résolution de problèmes avec les élèves

Le *Fascicule K* propose une vingtaine de « recommandations » pour l'enseignement de la résolution de problèmes. Ces recommandations sont moins des suggestions de stratégies précises pour l'enseignement de la résolution de problèmes que des points à retenir ou encore des mises en garde. Pour les besoins du présent article, nous avons retenu quelques-unes de ces recommandations seulement.

Une première recommandation concerne la place de la résolution de problèmes dans le processus didactique, et découle du nouveau rôle de la résolution de problèmes. Elle consiste en fait à proposer aux élèves de résoudre des problèmes à différentes étapes de l'apprentissage, et non plus seulement à la toute fin. Ainsi, la résolution de problèmes peut être utilisée *avant*, pour amorcer les apprentissages, *pendant*, pour en poursuivre le développement et *après* à titre de réinvestissement (MEQ, 1988, p. 56).

Une deuxième recommandation fait ressortir pour sa part l'importance des interactions sociales dans la résolution de problèmes, une idée qui n'était pas vraiment présente dans les documents des époques précédentes. Ainsi, l'enseignant est encouragé à exploiter les avantages du *travail en équipe* dans la résolution de problèmes en mathématiques, sans toutefois pour autant perdre de vue le fait que l'élève doive aussi être en mesure de résoudre des problèmes seul (MEQ, 1988).

Plusieurs recommandations concernent quant à elles la démarche de résolution de problèmes. D'abord, l'enseignant doit mettre l'accent sur les *démarches de résolution* des élèves—soit sur tout ce qu'ils pensent et tout ce qu'ils font pendant qu'ils tentent de répondre à la question posée et d'accomplir la tâche demandée (MEQ, 1988).

Ensuite, l'enseignant doit aider ses élèves à se constituer peu à peu un « coffre à outils » pour la résolution de problèmes. D'une part, il est invité à profiter des mises en commun pour attirer l'attention des élèves sur certaines méthodes de résolution rencontrées dans la classe afin qu'ils les intègrent et qu'ils soient en mesure de s'en servir éventuellement pour attaquer de nouveaux problèmes. D'autre part, il est invité aussi à faire prendre conscience progressivement aux élèves de certaines *stratégies* de résolution, c'est-à-dire de *méthodes* de résolution assez générales et d'utilité reconnue qui pourront leur être particulièrement utiles pour amorcer la résolution de nouveaux problèmes en mathématiques. L'idée est ici en quelque sorte d'institutionnaliser les méthodes de résolution utilisées par les élèves dans la classe, mais aussi de les initier au besoin à de telles stratégies (si elles ne sont pas sorties de manière naturelle dans la classe). Une mise en garde est faite toutefois à l'effet qu'« *il ne s'agit surtout pas de "driller" l'élève* à une infinité de stratégies de résolution » et que « la modération est de mise » (MEQ, 1988, p. 47)! Dans l'idée tout de même d'outiller l'enseignant, la liste suivante de *stratégies de résolution* est proposée (MEQ, 1988, p. 47) (cf figure 6):

Dans le même esprit, divers *modèles* de résolution de problèmes en mathématiques sont proposés à l'enseignant dans le *Fascicule K*, soit ceux de Polya (1965), Grignon (1983) et Mason, Burton et Stacey (1982). L'enseignant est toutefois mis en garde contre un recours *abusif* à une approche qui consisterait à enseigner aux élèves ces modèles comme s'il s'agissait de techniques ou d'algorithmes à appliquer pour résoudre des problèmes (MEQ, 1988, p. 50). Encore une fois,

- formuler le problème d'une autre façon,
- représenter le problème à l'aide d'un dessin, d'une figure ou d'un diagramme,
- construire un tableau,
- représenter le problème à l'aide d'objets matériels,
- identifier des étapes pour résoudre le problème,
- chercher une régularité,
- formuler et résoudre des problèmes semblables et plus simples,
- examiner un problème analogue déjà rencontré,
- résoudre le problème par essais et erreurs,
- faire une simulation du problème,
- vérifier toutes les possibilités,
- construire un modèle,
- résoudre le problème à rebours,
- écrire une équation,
- rechercher des données cachées,
- etc.

FIGURE 6 Stratégies de résolution. (MEQ, 1988, p. 47) l'enseignant est invité à utiliser ces modèles « avec discernement et souplesse », dans le respect des intentions des concepteurs de ces modèles.

Aussi, toujours en relation avec la démarche de résolution, il est conseillé à l'enseignant d'habiliter l'élève à *laisser des traces de sa démarche*, c'est-à-dire à communiquer *oralement ou par écrit* l'essentiel de celle-ci.

> Par traces de la démarche de résolution d'un élève, on entend toutes les explications verbales ou écrites (accompagnées éventuellement de dessins, de symboles ou de manipulations) que celui-ci fournit en décrivant l'essentiel de la démarche de résolution qu'il a suivie (. . .). (MEQ, 1988, p. 40)

Comme c'était le cas à l'époque de l'après-guerre, aucun format n'est proposé. Toutefois, il est mentionné que les traces doivent être le résultat d'une analyse et d'une épuration faites suite à la démarche (MEQ, 1988, p. 41).

Enfin, un dernier conseil, qui apparaît cette fois plus explicitement dans Landry (1984–1985) que dans le *Fascicule K*, est de « rechercher en tout, avant toute chose, un degré maximum de contribution de la part de l'élève (. . .) cela signifie que le mandat confié à ce dernier ne se limitera pas uniquement à trouver la "solution" mais qu'il sera impliqué dans la formulation du problème, dans la recherche des données (. . .) » (Landry, 1984–1985, p. 38). Dans le *Fascicule K*, cette idée d'inviter les élèves à formuler des problèmes apparaît de nouveau, avec comme intention avouée d'intéresser les élèves, de les motiver à s'engager dans une démarche de résolution et de les aider à persévérer dans leurs efforts (MEQ, 1988, p. 24). Dans le même esprit, il est proposé aussi de laisser les élèves choisir des problèmes à résoudre à même une banque (MEQ, 1988, p. 24).

Ce qui frappe, à la lumière de l'analyse des conseils donnés aux enseignants au cours de cette période, est la présence d'un nombre plus important de conseils formulés de manière explicite à l'endroit de l'enseignant et, en même temps, le fait que ces conseils soient formulés de manière beaucoup plus générale qu'avant. Par exemple, alors qu'il était suggéré à l'enseignant de faire lire et relire le problème, d'anticiper la nature de la réponse et son ordre de grandeur, de faire une analyse du problème, . . . on lui conseille dorénavant d'aider ses élèves à élaborer un coffre à outils pour la résolution de problèmes.

CE QUI SE DÉGAGE, DE MANIÈRE TRANSVERSALE, DE CETTE ANALYSE

L'analyse de l'évolution de la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques pendant un siècle fait apparaître au fil du temps des continuités mais aussi des changements importants (voir Tableaux 2 à 4).

Sur le rôle de cette résolution. Pendant près de 60 ans (avant 1960), les problèmes ont servi à des fins d'application de connaissances mais aussi de développement du raisonnement. Ces deux fonctions, appliquer et former, ne sont nullement vues comme en tension. Il semble en effet possible, pour les pédagogues de l'époque, de rejoindre ces deux finalités de manière complémentaire, comme nous le montre l'analyse des stratégies d'enseignement mises de l'avant de 1900 à 1960 à propos des problèmes pratiques (des problèmes vus comme un lieu d'application de connaissances à la vie courante, dans lesquels on va toutefois pour leur résolution chercher

TABLEAU 2
Rôles attribués à la résolution de problèmes

1904–1945	1948–1959	1960–1970	Années 80 et 90
Formation de l'esprit; Raisonner les notions acquises	*Raisonner* les notions acquises	Développer la *pensée mathématique*	Développer des *habiletés intellectuelles*
		Développer des *stratégies de résolution* utilisables dans d'autres situations	Développer des *attitudes positives*, des *stratégies de résolution* de problèmes
Appliquer les notions acquises	*Appliquer* les notions acquises	*Utiliser des connaissances et des techniques apprises*	*Réinvestir* des connaissances
		Situations pédagogiques pour *amorcer l'apprentissage* de *concepts, propriétés* mathématiques; *Explorer* ou découvrir certains *faits mathématiques*	Explorer et *construire de nouvelles connaissances*

à développer le raisonnement, faire anticiper, développer une démarche analytique). Une légère restructuration dans le passage de la première à la deuxième période est par ailleurs perceptible, à travers notamment les critères guidant les choix des problèmes (de problèmes essentiellement pratiques on passe à des problèmes du même type, avec une insertion de problèmes nouveaux forçant l'analyse). Ces deux visées (pratique et de formation) associées aux périodes antérieures, se retrouvent également dans les années 60–70, avec les objectifs explicites d'utiliser les connaissances et techniques apprises à certains problèmes notamment de la vie courante et de développer la pensée mathématique. Même si durant cette période, les problèmes occupent peu de place, leur rôle de situations servant d'amorce à l'apprentissage de concepts, de propriétés y apparaît pour la première fois. Cette première restructuration prépare sans doute l'élargissement considérable qui suivra. Les années 80 marquent en effet un changement majeur quant au rôle de la résolution de problèmes, ce dernier étant vu non plus simplement comme un lieu d'application de connaissances mais comme la source de la construction de connaissances nouvelles (il ne s'agit plus juste comme dans les années 70 d'amorcer un processus d'apprentissage, de motiver à un travail d'exploration et de découverte de faits mathématiques, mais bien d'y voir un lieu propice à la construction de connaissances nouvelles). Cette « conception évoluée » du problème, pour emprunter les mots de Lukenbein (1984–85, p. 6), aura des répercussions importantes sur la position des problèmes dans le processus d'apprentissage et d'enseignement. En effet, alors que le rôle d'application qui était attribué à la notion de problème plaçait ce dernier au terme d'une unité d'enseignement, son rôle le place maintenant *au début, en cours, ou au terme* de celle-ci.

On passe également du raisonnement des notions acquises (avant 1960) au développement d'habiletés intellectuelles (estimer, généraliser, abstraire, déduire, justifier, organiser) dans les années 80-90, un mouvement initié là encore dans le programme de 1970 sous la fonction de développement de la pensée mathématique. On passe enfin de l'idée d'application de connaissances acquises à celle d'exploration, d'élargissement, d'approfondissement de ces

TABLEAU 3
La nature des problèmes

1904–1945	1948–1959	Années 80 et 90
Accessibles - énoncés de manière claire, précise et brève; - gradués du plus facile au plus difficile.	*Accessibles* -énoncés de manière claire, précise et brève; -niveau de difficulté proportionné à l'âge de l'enfant, à sa « capacité ». *Visualisables.*	Exigent *une réelle recherche* de la part de l'élève . . . *sans toutefois être trop difficiles*.
	Doivent rejoindre *l'intérêt de l'enfant*.	Doivent *intéresser* les élèves, les *motiver* à s'engager dans une démarche de résolution.
- *Pratiques*,; en rapport avec la vie réelle de l'élève; - *Exacts et vrais* dans leurs données, pas de curiosités, pas d'énoncés fantaisistes.	- *Pratiques*, liés à la vie de tous les jours; - *Exacts et vrais* dans leurs données.	*Différents types de contextes:* réels, réalistes, fantaisistes (i.e. sans fondement dans la réalité), purement mathématiques.
- *Variés* (quant aux domaines d'utilisation) pour éviter la monotonie et l'ennui.	*Variés* (quant aux domaines d'utilisation) pour éviter la monotonie et l'ennui. Certains sont *sans donnée numérique* ou *encore avec donnée manquante*.	*Variés*. . . - Suscitant différentes entrées (matériel, verbal, écrit, gestes); différentes modalités (toute la classe, équipes, individuel); problèmes convergents, divergents (1970); - *Variés*. . .(1980-1990); -quant à leur contexte; -quant au nombre de leurs solutions; -quant aux modes de représentation; -quant à l'adéquation des données fournies.

TABLEAU 4
Les conseils donnés aux enseignant(e)s

1904–1945	1948–1959	Les années 80 et 90
- Faire *lire et relire* le problème; - Faire *anticiper* la nature et l'ordre de grandeur de la réponse; - Faire *décomposer* le problème (*démarche analytique)*. - Rendre concrète la solution d'un problème (simulation avec des objets concrets; recours à un dessin) - Faire inventer des problèmes.	-Faire *anticiper* la nature et la valeur de la réponse; - Faire *décomposer* le problème (*démarches analytique et synthétique)*. - Rendre concrète la résolution du problème (se représenter, visualiser l'histoire, prendre des objets concrets, illustrer par un dessin) -Faire inventer des problèmes.	Proposer des heuristiques dans lesquelles on retrouve. . . - la reformulation du problème; - l'anticipation. - Munir les élèves d'un bon *« coffre à outils »*, d'une *variété de stratégies* de résolution de problèmes, telles que: *représenter* à l'aide d'objets matériels, d'un dessin, d'une figure ou d'un diagramme, *construire un tableau*, *identifier des étapes* pour résoudre le problème. . . - Faire inventer des problèmes.
- Éviter d'imposer une façon unique d'analyser un problème et de le raisonner. S'il y a plusieurs solutions possibles, il faut les admettre toutes ! - *Exiger* une *disposition matérielle*.	- Éviter les recettes et le recours à des solutions imposées. - *Éviter d'imposer* une disposition plus complexe que le problème lui-même.	- Faire preuve de prudence à propos de l'enseignement systématique de stratégies et de modèles de résolution de problèmes. - Habiliter l'élève à laisser des traces de sa démarche. - Habiliter les élèves à *objectiver* leur propre démarche; - à *la confronter* avec celles d'autres élèves en classe.

connaissances. Sous ces différents rôles attribués à la résolution de problèmes, un élargissement considérable se fait sentir.

Sur la nature des problèmes et les critères de choix. La notion même de problème apparaît graduellement au fil du temps explicitée. Une première distinction entre problèmes et exercices est en effet présente dès le début du siècle, reprise en après-guerre et clairement explicite dans les années 1980. Il s'agit là d'un enjeu important qui traverse ainsi tout le siècle. Cette clarification graduelle rejoint en cela les réflexions didactiques menées à l'époque, au Québec et ailleurs dans le monde, sur le concept de problème (Charlot, 1978; Lukenbein, 1984–1985; Arsac *et al.*, 1988).

La notion de problème, par ailleurs, apparaît très tôt dépasser celle de problème écrit; une ouverture sur d'autres situations est en effet perceptible dès les années 40 (situations non restreintes aux problèmes des manuels, événements de la vie, problèmes oraux, ...), clairement explicite dans les années 80. Les années 70 jouent probablement un rôle intermédiaire dans cette ouverture. Le mot problème est en effet associé à celui de situation, pas dans le sens de situation telle qu'elle sera développée par les didacticiens (Brousseau, 1983) mais dans le sens de situation pédagogique servant en quelque sorte à motiver l'introduction de concepts, propriétés mathématiques ou l'exploration de faits mathématiques. Nos analyses rejoignent dans ce cas celles conduites par Artigue et Houdement (2007) sur la résolution de problèmes en France dans les années 70.

Des liens avec la réalité dans les critères de choix de problèmes sont présents à chacune des périodes. La réalité dont on parle n'est toutefois pas la même: des problèmes exacts et vrais dans leurs données, aux problèmes rejoignant l'intérêt de l'enfant (situations familières, événements, voire jeux), aux problèmes à contextes réels et réalistes, la marge est grande.

L'élément frappant qui ressort de l'analyse est l'explosion, à partir des années 80, de la variété des types de problèmes proposés. Alors qu'au cours de la première période, la variété reposait essentiellement sur des contextes pratiques différents, qui étaient tous en lien avec la vie de l'enfant, et qu'elle visait avant tout à motiver, cette variété s'élargit un peu au cours de la deuxième période (avec l'idée de problèmes sans donnée numérique, avec donnée manquante, visualisables, etc.) et vise aussi des enjeux conceptuels (de compréhension). Elle explose au cours de la quatrième période en jouant sur différents critères (nombre de solutions, types de contextes,...). Il n'est toutefois pas facile de savoir ce que cette variété devait viser.

Sur les stratégies d'enseignement. Les conseils, précis, donnés aux enseignants pour aborder la résolution de problèmes au cours des deux premières périodes mettent l'accent sur l'analyse du problème, sur « raisonner le problème ». Le support du dessin et de la manipulation semblent aussi jouer un rôle important pour supporter ce raisonnement. Ces conseils précis ne semblent plus être présents au cours des années 80. En fait, ils se retrouvent implicitement à travers des recommandations plus générales concernant la constitution par l'élève d'un « coffre à outils » pour la résolution de problèmes et le recours à des modèles de résolution dans lesquels on retrouve souvent des étapes liées à la compréhension du problème, l'anticipation, la vérification, sous l'influence sans doute de travaux menés en résolution de problèmes portant sur les heuristiques de résolution (Mason *et al.*, 1982; Polya, 1965). Cette évolution des conseils donnés aux enseignants, beaucoup plus spécifiques de 1900 à 1960, plus généraux dans les années 80, est sans doute à examiner en parallèle avec l'évolution de la conception du rôle de l'enseignant (Laplante, 1984–1985). Le mouvement de professionnalisation de l'enseignement se fait en effet sentir dès les années 80 à travers la manière dont on conçoit son intervention en résolution de problèmes:

> Le rôle de l'enseignant dans la démarche de résolution de problème est alors plus complexe parce que plus effacé. La formation de base que l'on souhaite donner à l'apprenant est moins orientée vers la technique mais davantage intégrée au développement global de l'enfant. Il s'agit pour l'enseignant de s'impliquer lui-même dans une démarche plutôt que d'être un démonstrateur de solutions. Les exigences de cette approche changent les règles du jeu pour l'enfant et pour l'enseignant. Cela concerne les attitudes, l'environnement de la classe, les situations-problèmes à identifier et, bien sûr, les interventions didactiques. (Laplante, 1984–1985, p. 17)

CONCLUSION

De manière plus générale, il est intéressant de noter que des idées avant-gardistes sont présentes dès le début du siècle. Par exemple, l'ouverture à des solutions différentes (et la mise en garde vis-à-vis de solutions uniques imposées) apparaît dès lors. Elle sera reprise et élargie au cours de la période suivante, en mettant en garde également contre le recours à des mots-clés et à une disposition unique (pouvant être plus complexe que la solution elle-même). L'accent mis sur la visualisation du problème durant la deuxième période, le choix de problèmes à cet effet visualisables et impliquant l'enfant, constituent aussi des avancées importantes au regard de la dimension centrale de la représentation dans l'apprentissage des mathématiques. Les accents mis sur l'analyse et la synthèse constituent aussi des angles novateurs au regard notamment de raisonnements-clés dans l'apprentissage des mathématiques (voir Lefebvre, 1991–1992; aussi Bednarz et Janvier, 1996, dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre)

Globalement, cette analyse met en évidence des modifications importantes au cours du XXe siècle en regard des problèmes proposés et des stratégies d'enseignement suggérées aux enseignants. Toutefois, ces changements ne constituent pas réellement de véritables ruptures. Si certains éléments sont mis de côté (par exemple le caractère moral des problèmes, le recours à des énoncés brefs, une graduation du plus facile au plus difficile pour la première période, des problèmes sans donnée numérique présents au cours de la deuxième période, le recours à l'analyse et la synthèse durant les deux premières périodes), la plupart sont repris (par exemple faire composer des problèmes aux enfants, anticiper la nature de la réponse et l'ordre de grandeur, avoir recours à un dessin, à des objets matériels, rejoindre l'intérêt de l'enfant, etc.), tout en étant intégrés dans un système toujours plus complexe (dans lequel d'autres éléments sont ajoutés). S'il y a rupture, elle est davantage dans le rôle que vont jouer ces problèmes dans l'enseignement, ces derniers pouvant apparaître avant tout enseignement, en lien avec l'exploration et la construction de connaissances nouvelles.

L'influence de courants psychologiques et didactiquesse fait sentir dans cette évolution, à travers la conception de l'apprentissage sous-jacente et le rôle accordé à la résolution de problèmes. Sous la nécessité d'applications nombreuses « qui l'enfoncent en quelque sorte dans l'intelligence et la gravent à jamais dans la mémoire (Maurice, 1925–1926) », il est possible de repérer l'influence du courant behavioriste et des travaux de Skinner. L'importance du principe d'adaptation à l'enfant, à ses intérêts, lors de la deuxième période, nous fait sentir l'influence d'un autre courant ayant marqué profondément le curriculum québécois, le courant humaniste. Peu à peu, l'idée suivant laquelle les connaissances se construisent, en particulier par le biais de la résolution de problèmes, fait son chemin, de même qu'une volonté d'amener l'élève à s'impliquer dans la construction de ses connaissances (ou du moins dans ses apprentissages). On reconnaît ici l'influence possible des travaux de Piaget et du courant constructiviste au fondement des travaux de recherche en didactique des mathématiques au Québec dans les années 80 (voir à ce sujet en particulier Bednarz et Garnier, 1989). À titre d'exemple, on retrouve dans le *Programme d'études* du secondaire (MEQ, 1993, p. 15) la citation suivante, reprise de Bednarz:

> Enseigner, c'est donc inventer les conditions dans lesquelles les connaissances des élèves vont être appelées à fonctionner, c'est articuler l'apprentissage autour de leurs stratégies, de leurs conceptions, pour essayer de les faire progresser dans la construction d'un concept donné. (1990, p. 69)

L'importance des interactions sociales est elle aussi peu à peu reconnue, l'enseignant étant invité (en particulier dans le *Fascicule K*) à tirer profit du travail en équipes pour la résolution des problèmes et à encourager la confrontation des différentes solutions, montrant l'amorce de la prise en compte de la dimension sociale de l'apprentissage.

Enfin, à l'image de la didactique des mathématiques au Québec (Bednarz, 2007), la manière de percevoir la résolution de problèmes en mathématiques dans la province au fil de temps a subi de multiples influences, en particulier européennes et américaines. Au cours de la troisième période analysée, par exemple, l'influence américaine, qui s'est alors beaucoup fait sentir au Québec sur nos programmes et nos conceptions de l'enseignement selon Gaulin (1982), est clairement perceptible dans le changement de rôle attribué à la résolution de problèmes. Ainsi, à la lecture des documents de l'époque (en particulier le *Fascicule K*, MEQ, 1988), il est possible d'établir un rapprochement avec des idées véhiculées dans *An Agenda for Action* du National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980). Il nous apparaît toutefois important de mentionner, comme l'a fait Gaulin (1982), que si le mouvement de réformes entrepris dans les années 70-80 relève d'abord d'initiatives de Québécois fortement impliqués dans les innovations en cours, des influences étrangères, multiples, principalement américaine mais également européenne (belge, française, anglaise), se sont ici exercées. On ne peut donc parler, comme ce fut le cas en France (Artigue et Houdement, 2007) d'un mouvement uniforme, influencé par les théories didactiques qui se développaient à cette époque en parallèle.

Cette analyse de l'évolution de la résolution de problèmes au Québec sur une longue période de temps nous montre enfin toute l'importance, comme chercheur, formateur, d'une telle mise en perspective pour comprendre la manière dont un objet-clé du programme d'études a émergé, s'est constitué, s'est restructuré, est devenu un incontournable. Elle permet ainsi d'éclairer, d'un autre regard, certains des enjeux actuels du programme en place, sur lesquels nous reviendrons dans un prochain article.

NOTES

1. En préparation.
2. Le Topic Study Group, TSG 19, sur « Research and Development in Problem Solving in Mathematics Education », organisé en 2008 dans le cadre du congrès international ICME11 à Monterrey, Mexique, montre bien l'importance encore aujourd'hui de ce thème (pour plus de détails voir http://tsg.icme11.org).
3. Monseigneur Ross était principal de l'école normale de Rimouski.

4. L'Abbé Rouleau était principal de l'école normale Laval, et les co-auteurs de ce livre étaient professeurs à cette école normale.
5. Gérard Beaudry était professeur de mathématiques et de méthodologie des mathématiques à l'École Normale Jacques Cartier.
6. Roland Vinette était professeur de pédagogie et de psychologie à l'Institut de Psychologie de l'Université de Montréal, à l'École Normale Jacques Cartier et à l'École Normale Secondaire.
7. Lorsque nous avons amorcé ce travail sur la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques à différentes époques, nous devions préparer un atelier s'adressant à des enseignants. Le choix de ces trois angles d'analyse n'est donc pas étranger à la finalité associée à ce travail de départ. Il a pris par la suite une importance plus grande lorsque nous nous sommes aperçues de la richesse d'une telle entreprise.
8. Il est à noter que pour chacun de ces aspects, l'analyse a porté sur le même type de documents. Par ailleurs, d'une époque à l'autre, ces aspects (rôle de la résolution de problème, nature des problèmes, conseils pour l'enseignement) ne seront pas nécessairement traités dans le même ordre. Il est en effet parfois plus parlant d'amorcer cette reconstruction par une dimension plutôt que par une autre.
9. La période de crise de 1930 à 1945 ne sollicite pas vraiment de changement, de sorte que l'analyse que nous menons ici englobe toute la période de 1900 à 1945.
10. Cette combinaison d'une école qui dessert une minorité d'enfants avec le fait d'une visée pratique (mesurer, calculer, apprendre à gérer un budget, etc.) correspond bien aux attentes du milieu dont sont issus ces élèves.
11. Il faut se rappeler qu'à cette époque la plupart des élèves ne complèteront que l'éducation de base, associée à l'école primaire (Bednarz, 2002).
12. L'expression « raisonner les notions » est celle utilisée par l'auteur. Elle renvoie à une réflexion, à un travail raisonné sur ces notions.
13. Cette expression, utilisée par l'auteur lui-même, réfère à l'idée d'une démarche de résolution qui doit être raisonnée.
14. On retrouve ici deux raisonnements fondamentaux en mathématiques qui marquent le passage de l'arithmétique à l'algèbre, cette dernière impliquant un raisonnement de type « analytique » par contraste avec un raisonnement de type « synthèse » (Lefebvre, 1991–1992).
15. On semble toutefois dans les deux cas référer à la même chose.
16. Une section complète du programme portait d'ailleurs à cette époque sur la tenue de livres.
17. Une distinction entre exercices et problèmes semble aussi présente, comme en témoigne un manuel de l'époque (Clercs de Saint Viateur, 1946) dans lequel on retrouve des exercices oraux (ex. Combien y a t-il de livres dans un quart de tonne?) et écrits (ex. Décomposer les nombres suivants en leurs facteurs premiers), des problèmes oraux (ex. Un courtier achète pour 400 $ de marchandises; quelle somme doit-il toucher si son courtage est fixé à 3%?) et des problèmes écrits.
18. Ce document ne constitue pas un nouveau programme, mais une édition révisée du programme-cadre de 1970.
19. Pour plus de détails à ce sujet, voir Gaulin (1982).

20. Le même constat peut être fait pour le secondaire (MEQ, 1969) puisque:la référence au mot problème n'y apparaît sur une liste de thèmes couvrant cinq pages qu'en lien avec certains contenus: ensembles (problèmes simples utilisant les diagrammes de Venn); équations et inéquations (problèmes reliés à ces divers types d'équations et inéquations); fonctions exponentielles et logarithmiques (problèmes pratiques résolus à l'aide d'équations exponentielles ou logarithmiques); fonctions trigonométriques (problèmes pratiques).
21. Les autres fascicules du guide pédagogique portent sur les concepts unificateurs, les nombres naturels, les nombres entiers relatifs, les nombres rationnels, les activités géométriques, les mesures et les activités mathématiques à la maternelle.
22. Le Mathémathlon, organisé par l'APAME, était un entraînement à la résolution de problèmes mathématiques, qui se terminait par un concours.
23. L'expression « situation-problème » apparaît ici sans qu'une définition ne soit proposée. Ailleurs dans le programme, y compris dans la présentation de cet objectif global, c'est le mot problème qui est privilégié.

RÉFÉRENCES

Allard, J. (1995). Résolution de problèmes, une valse à trois temps. *Instantanés mathématiques*, *32* (1), 20–23.

Association des Promoteurs pour l'Avancement de la Mathématique à l'Élémentaire (APAME). (1982). Observations sur l'enseignement des mathématiques au primaire. Rapport présenté au Conseil Supérieur de l'Éducation. *Instantanés mathématiques*, *18*(4), 3–7.

Arsac, G., Germain, G. et Mante, M. (1988). *Problème ouvert et situation-problème*. Lyon: IREM de Lyon.

Artigue, M. et Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *39*, 365–382.

Beaudry, G. (1947–1948). L'arithmétique et le nouveau programme. *Les conférences pédagogiques*, *4* (5): 63–79. Montréal: Le Centre de Psychologie et de Pédagogie.

Beaudry, G. (1950). Arithmétique. Dans R. Vinette (dir.), *Méthodologie spéciale* (p. 341–482). Montréal: Le Centre de Psychologie et Pédagogie.

Bednarz, N. (1990). L'enseignement des mathématiques et le Québec de l'an 2000. Dans R. Pallascio (dir.), *Mathématiquement vôtre. Défis et perspectives pour l'enseignement des mathématiques* (pp. 45–83). Montréal: Les éditions Agence d'Arc inc.

Bednarz, N. (2002). Pourquoi et pour qui enseigner les mathématiques? Une mise en perspective historique de l'évolution des programmes au Québec au XXème siècle. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *34* (4), 146–157.

Bednarz, N. (2007). Ancrage de la didactique des mathématiques au Québec: à la recherche de sens et de cohérence. Dans P. Marchand (dir.), *Actes du colloque 2007 du Groupe des Didacticiens des Mathématiques du Québec* (p. 21–61). Rimouski, Canada: Université du Québec à Rimouski.

Bednarz, N. et Garnier, C. (1989). *Construction des savoirs: obstacles et conflits*. Montréal: Agence d'Arc.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1996). Algebra as a problem solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. Dans N. Bednarz, C. Kieran et L. Lee (dir.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (p. 115–136). Dordrecht: Kluwer.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *4* (2), 165–198.

Charlot, B. (1978). Les contenus non mathématiques dans l'enseignement des mathématiques. *Bulletin de l'IREM de Nantes*, *7*, 3–8.

Clercs de Saint Viateur. (1946). *Arithmétique: huitième et neuvième années*. Montréal, Canada: Librairie Saint Viateur, p. 466.

Coffin, F., Dupraz, M., Manin, S. et Payan, C. (2006). « Maths à modeler »: situations-recherche pour l'enseignement des mathématiques auprès d'enfants présentant des troubles psychopathologiques. Dans N. Bednarz et C. Mary (dir.),

L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés. Actes du colloque international Espace mathématique francophone. Sherbrooke: Éditions du CRP (cédérom).
Comité catholique du Conseil de l'instruction publique. (1904). *Programme d'études des écoles*.
Comité catholique du Conseil de l'instruction publique. (1948). *Programme d'études des écoles primaires*. Québec.
Comité catholique du Conseil de l'instruction publique. (1956). *Programme d'études des écoles secondaires*. Québec.
Conseil supérieur de l'éducation. (1985). *L'enseignement des mathématiques à l'école primaire, Avis au ministre de l'Éducation* (document n° 50-344).
Département de l'Instruction publique (1950). *Examen final pour les classes de 3e, 4e, 5e, 6e et 8e années. Questions et problèmes soumis aux examens des 15 et 16 juin 1950 par les inspecteurs d'écoles de la province et les commissions scolaires*. O.-J. Désaulniers, surintendant de l'Instruction publique.
Dionne, J. et Voyer, D. (2009). Conférence d'ouverture: 50 ans d'enseignement des mathématiques au Québec. *Dans Bulletin AMQ*, *49*(3), 6–26. Actes du 52e Congrès.
Douady, R. (1987). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherche en didactique des mathématiques*, *7* (2), 5–31.
Gaulin, C. (1982). Problèmes d'actualité dans l'enseignement de la mathématique au secondaire au Québec. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, numéro 3 (octobre 1982), 29–51.
Gervais, Frère S. C. (1946–1947). Enseignement des problèmes raisonnés dans les classes de 7e, 8e et 9e années. *Les conférences pédagogiques*, *3* (2), 19–45. Montréal: Centre de Psychologie et de Pédagogie.
Grenier, D. et Payan, C. (1998). Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en didactique des mathématiques*, *18* (2), 59–100.
Grignon, J. (1983). La résolution de problèmes . . . à la recherche d'un nouveau modèle. *Instantanés mathématiques*, *19* (3), 3–7.
Laforest, J.-C. (1984–1985). L'évaluation des apprentissages en résolution de problèmes: une pratique essentielle et enrichissante. *Instantanés Mathématiques*, *21* (numéro spécial D), 23–29.
Landry, Y. (1984–1985). Résolution de problèmes et processus créateur ou à la recherche d'une pratique créatrice. *Instantanés Mathématiques*, *21* (numéro spécial C), 23–39.
Landry, M. (1999). *Élaboration d'une intervention didactique visant le développement d'habiletés en résolution de problèmes en mathématiques au secondaire* (thèse de doctorat non publiée). Université du Québec à Montréal, Canada.
Laplante, H. (1984–1985). L'enseignant dans la démarche de résolution de problèmes. *Instantanés Mathématiques*, *21* (numéro spécial D), 17–18.
Lavoie, P. (2004). Enseigner les mathématiques au Québec (1800–2000), l'émergence d'une spécialité. *Bulletin de l'AMQ*, *44* (1), 14–38.
Lefebvre, J. (1991–1992). Qu'est l'algèbre devenue? De Viète (1591) à aujourd'hui (1991), quelques changements clefs. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, numéro 4 (décembre 1991–mars 1992), 27–32.
L'Hostie, M. (1998). *Dynamique socio-politique du changement planifié dans une organisation d'enseignement: le cas d'un CÉGEP* (thèse de doctorat non publiée). Université du Québec à Montréal, Canada.
Lukenbein, D. (1984–1985). La résolution de problèmes et le processus d'apprentissage en mathématique. *Instantanés mathématiques*, *21* (numéro spécial D), 5–9.
Mason, J. (1994). *L'esprit mathématique*. Montréal: Modulo.
Mason, J., Burton, L. et Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. Toronto, Canada: Addison-Wesley.
Maurice, L'Abbé J.-O. (1925–1926). *Causeries pédagogiques aux instituteurs de la Commission des écoles catholiques de Montréal*. Montréal: Imprimerie des sourds-muets.
Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). (2003). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire, premier cycle*. Québec: Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec.
Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (MELS). (2005). *Programme de formation de l'école québécoise. Enseignement secondaire 2e cycle. Document de travail aux fins de validation*. Québec: Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec.
Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1969). *Programme d'études des écoles secondaires. Sciences et Mathématiques* (document 16-3103). Québec: Ministère de l'Éducation, DGEES, Gouvernement du Québec.
Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1970). *La mathématique à l'élémentaire (programme-cadre)* (document 16-2013). Québec: Ministère de l'Éducation, DGEES, Gouvernement du Québec.
Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1974). *Guide pédagogique. Mathématique à l'élémentaire. Fascicule A. Description générale du programme-cadre* (document 16-2300, dossier 1025). Québec: Ministère de l'Éducation, DGEES, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1976). *Programme-cadre. La mathématique à la classe maternelle et au niveau élémentaire (*document 16-2313). Québec: Ministère de l'Éducation, DGEES, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1980). *Programme d'études. Primaire. Mathématique* (document 16-2300-00). Québec: Ministère de l'Éducation, DGDP, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1988). *Guide pédagogique. Primaire. Mathématique. Résolution de problèmes, orientation générale. Fascicule K* (document 16-2300-00). Québec: Ministère de l'Éducation, DGDP, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1993). *Programme d'études. Secondaire. Mathématique 116*. Québec: Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (1994). *Programme d'études. Secondaire. Mathématique 216*. Québec: Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (MEQ). (2001). *Programme de formation de l'école québécoise. Version approuvée, éducation préscolaire, enseignement primaire*. Québec: Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec.

National Council of Teachers of Mathematics (NTCM). (1980). *An agenda for action: Recommandations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: The Council.

Paquette, G. (1976). Pour une stratégie de développement du programme-cadre du secondaire. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, *3*, 3–21.

Polya, G. (1965). *Comment poser et résoudre un problème en mathématiques? (*2e edition). Paris: Dunod.

Ross, Mgr F-.X. (1919). *Manuel de pédagogie théorique et pratique (*2e édition). Montréal: Granger Frères.

Ross, Mrg F-X. (1952). *Pédagogie théorique et pratique (*7e édition). Québec: Imprimerie Charrier et Dugal.

Rouleau, L'Abbé T.-G. P., Magnan, C. J. et Ahern, J. (1904). *Pédagogie pratique et théorique à l'usage des candidats au brevet d'enseignement et des élèves des écoles normales*. Québec: Imprimerie Darveau.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1994). *Mathematical thinking and problem solving*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Silver, E. A. (1985). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Vinette, R. (1947–1948). Pour réaliser l'esprit du nouveau programme. *Les conférences pédagogiques, 4 (1)*, 3–16. Montréal: Éditions Le Centre de Psychologie et de Pédagogie.